LOGARITHME DÉCIMAL

Exercice 1

Aujourd'hui 80 % du trafic mondial longue distance se fait par des fibres optiques. Ces dernières ont en effet de multiples avantages par rapport aux câbles électriques classiques. Elles offrent la possibilité de transmettre des données, de la voix, des images… à de très hauts débits.

Une fibre optique est jugée performante lorsque, sur une longueur donnée, la puissance du signal qu'elle transmet subit une perte minimale.

Dans la suite de l'exercice, on note :

L : longueur de la fibre optique exprimée en km;
P_e : puissance du signal lumineux à l'entrée de la fibre optique exprimée en mW;
P_a : puissance du signal lumineux à la sortie de la fibre optique exprimée en mW.

Le tableau ci-dessous est extrait du catalogue d'un fournisseur de fibres optique :

Référence de la fibre optique	FO1	FO2	FO3
Coefficient d'atténuation A en dB/km	1,50	0,90	0,25

1) Un technicien effectue des mesures de puissance lumineuse à l'entrée et à la sortie d'une fibre optique de longueur 5 km. Il relève les valeurs suivantes: Ps = 1,84 mW et Pe = 5mW.

a) Calculer la perte de puissance lumineuse relative $\dfrac{Pe-Ps}{Pe}$.
Exprimer le résultat en pourcentage.

b) Pour caractériser la perte de puissance dans une fibre optique, on utilise généralement le coefficient d'atténuation noté A.

Ce coefficient, exprimé en dB/km, est donnée par la formule suivante : $A=\dfrac{1}{L}\times 10\times \log\left(\dfrac{P_e}{P_S}\right)$

- Calculer le coefficient d'atténuation A, en dB/km, de cette fibre. Arrondir le résultat au dixième.
- Parmi les trois filtres proposés dans le tableau ci-dessus, relever la référence de la fibre optique testée par le technicien.

2) On s'intéresse à la fibre FO2.

a) La puissance lumineuse est de 5 mW à l'entrée de la fibre et de 2,5 mW à la sortie. Calculer la longueur de cette fibre.

b) Lorsque le signal perd 90 % de sa puissance, il nécessite une amplification.
Au bout de combien de kilomètres le signal transmis par la fibre FO2 doit-il être amplifié ?

(*D'après sujet de Bac Pro MRIM et SEN Session juin 2010*)

Exercice 2

Partie A : Calcul du niveau sonore

Afin d'améliorer les conditions de travail dans son atelier, une entreprise réalise une étude concernant les nuisances sonores dues au fonctionnement de trois machines identiques.

Les mesures sont effectuées à la même distance des trois machines.

Le niveau sonore L d'un bruit est donné par la relation : $L = 10 \times \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$.

où : log désigne le logarithme décimal ;
L est exprimé en décibels (dB) ;
I intensité acoustique, est exprimée en watts par mètre carré (W/m²).

1) Une seule machine est en fonctionnement, l'intensité acoustique est alors : I = 2×10^{-4} W/m²

a) Vérifier qu'alors le niveau sonore pour cette machine peut s'écrire : 80 + 10 log 2.

b) Calculer la valeur de L arrondie à 0,1 dB.

2) Les trois machines sont en fonctionnement.
L'intensité acoustique est alors égale à 3I. Calculer l'augmentation du niveau sonore.

Partie B : Utilisation d'une échelle logarithmique

Partie B1 : Tracé sur une échelle logarithmique

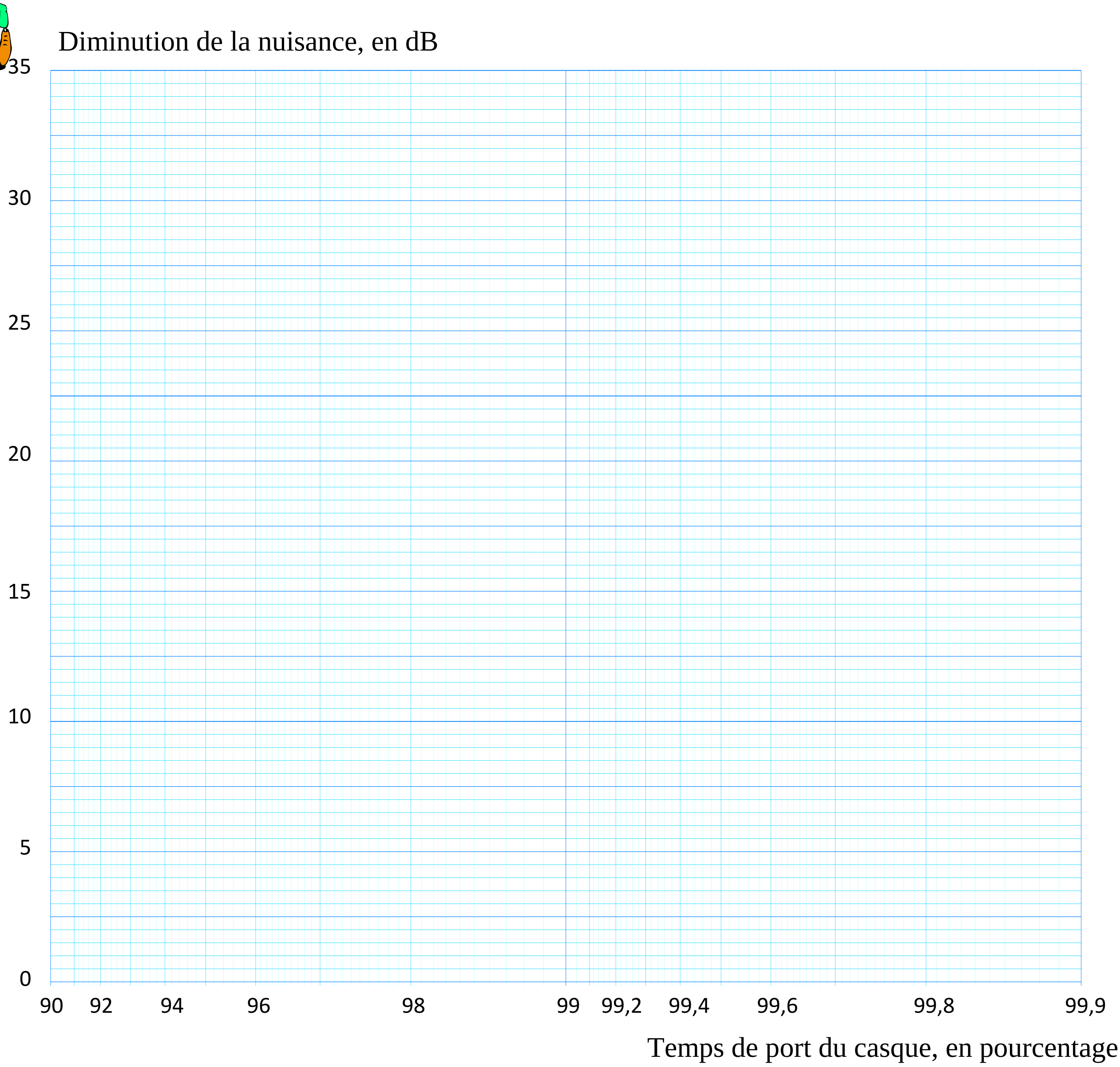
Le port d'un casque protecteur efficace permet d'obtenir une diminution de la nuisance subie par l'utilisateur. La diminution de la nuisance dépend du temps pendant lequel le casque est porté. Le tableau suivant a été établi :

x : temps de port, en pourcentage du temps d'exposition	95	98	99,5	99,9
y : diminution de la nuisance, en dB	13	17	23	30

1) Placer les points de coordonnées (x ; y) dans le plan rapporté au repère orthogonal pour lequel :

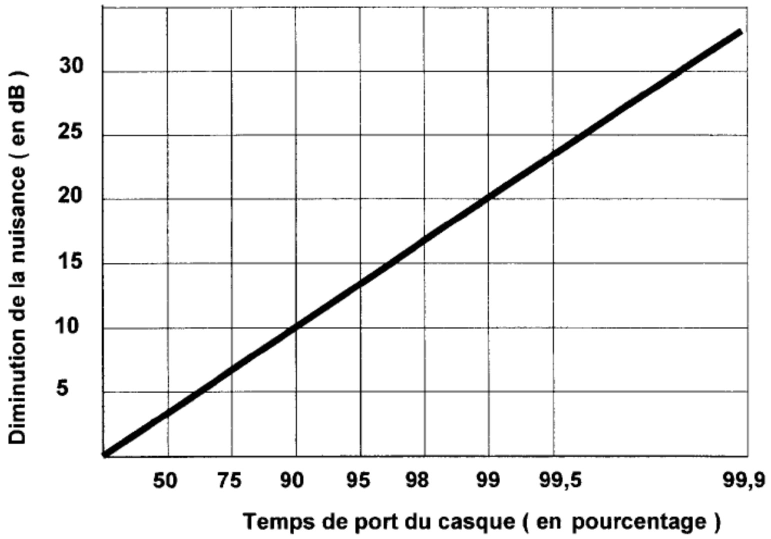
▪ en abscisses, on a le temps de port, en pourcentage du temps d'exposition sur une échelle logarithmique :
▪ en ordonnées, on a la diminution de la nuisance sur une échelle linéaire avec pour unité graphique 2 cm pour 5 dB.

2) Soit Δ la droite donnant la tendance de la nuisance subie par l'utilisateur.
Tracer la droite Δ.



Partie B2 : Lecture sur une échelle logarithmique

La courbe plus complète de cette diminution de la nuisance, en fonction du temps pendant lequel le casque est porté, est représentée ci-dessous.
Le temps de port du casque est exprimé en pourcentage du temps d'exposition, sur une échelle logarithmique.



1) Le casque est porté pendant 90 % du temps d'exposition. Déterminer la diminution de la nuisance.

2) On désire obtenir une diminution de la nuisance de 20 dB.
Déterminer graphiquement le pourcentage de temps de port du casque.

(*D'après sujet de Bac Pro Artisanat et Métier d'Art Session septembre 2002*)

Exercice 3

La densité de courant J (en A/dm^2) lors d'une d'électrolyse, est liée à la longueur ℓ (en cm), par la relation :

$$J = I\,(4{,}28 - 4{,}2 \log \ell\ ).$$

où I est l'intensité du courant d'électrolyse exprimée en ampère. (log représente le logarithme décimal)

1) Calculer l'intensité I du courant, arrondie à l'unité pour $J = 8{,}5$ A/dm^2 et $\ell = 4$ cm.

2) Calculer la longueur ℓ pour $J = 10$ A/dm^2 et $I = 5$ A.

3) Montrer que pour $I = 5$ A, la relation (1) peut s'écrire : $J = 21{,}4 - 21 \log \ell$.

4) Soit la fonction f, définie pour x appartenant à l'intervalle [1 ; 10], par :

$$f(x) = 21{,}4 - 21 \log x$$

a) Compléter le tableau de valeurs.

x	1	2	3	4	5	7	8	10
valeur de $f(x)$ arrondie à 0,1	…	15,1	…	8,8	…	3,7	…	…

b) Compléter le tableau de variations

x	1 10
variation de log x	$\nearrow$
variation de (- 21 × log x)	
variation de f	

c) Représenter graphiquement la fonction f à l'aide de la calculatrice ou d'un grapheur.

5) Le dépôt est correct pour la longueur ℓ comprise entre 2 cm et 5,7 cm.

Par une lecture graphique effectuée sur l'axe des ordonnées, déterminer l'intervalle de densité de courant J qui donne un dépôt correct.

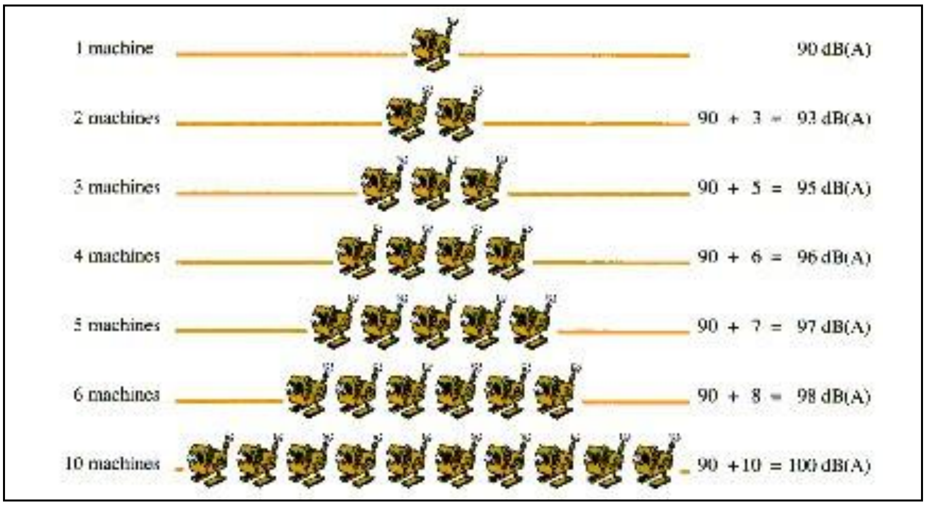
(*D'après sujet Bac Pro Traitement de Surface Session 2002*)

Exercice 4

Partie 1

Le sonomètre est un appareil qui permet de mesurer le niveau sonore atteint par une machine. Le résultat est donné en décibels. Le décibel a pour symbole dB.

Le graphique ci-dessous est extrait d'une documentation sur le bruit éditée par l'INRS : Institut National de Recherche et de Sécurité. Il donne le niveau sonore, avec une certaine précision, atteint quand on augmente le nombre de machines identiques fonctionnant simultanément.



1) Lecture du document

Compléter le tableau récapitulatif des données.

Nombre de machines identiques fonctionnant simultanément	1						10
Niveau sonore atteint (dB)	90						100
Augmentation du niveau sonore par rapport au niveau sonore d'une seule machine (en dB)	0						

2) Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie pour tout x de l'intervalle [1 ;10], par $f(x) = 10 \log x$ où log désigne la fonction logarithme décimal.

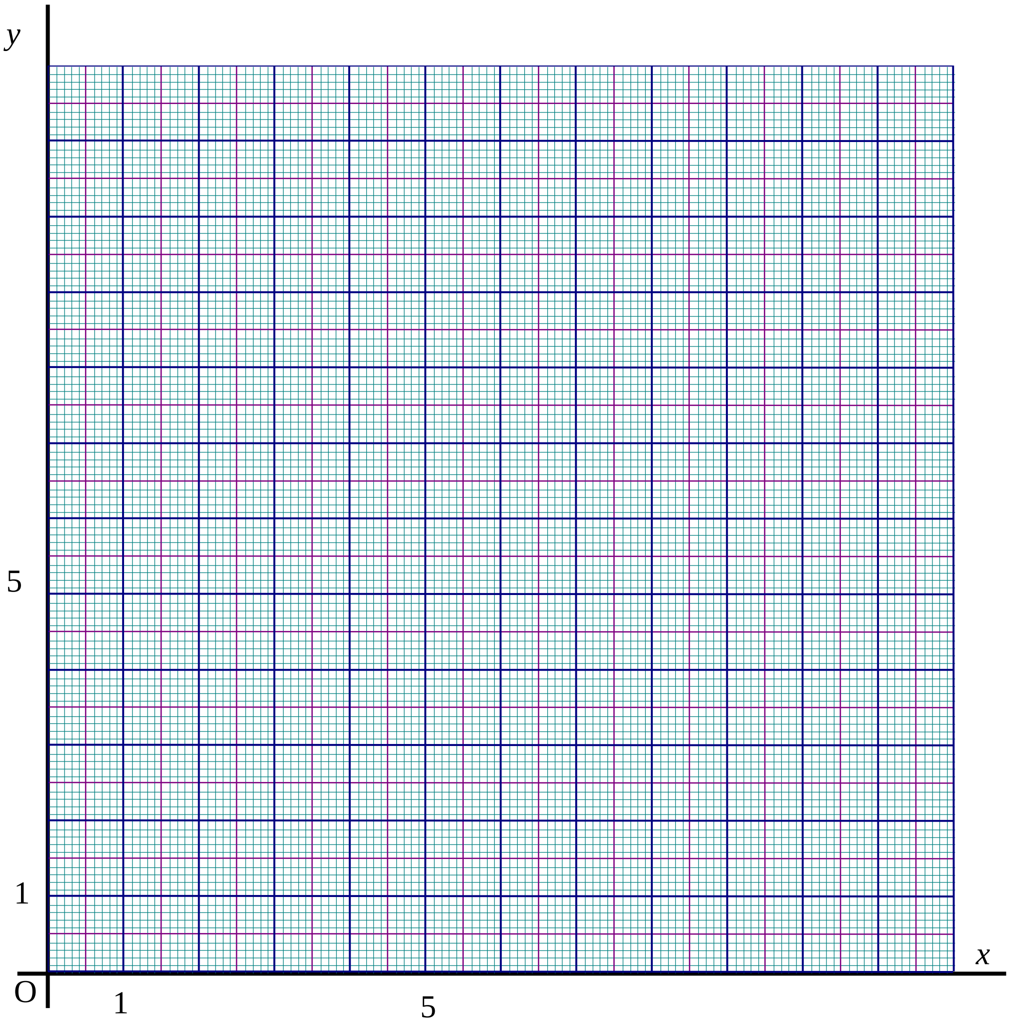
a) Compléter le tableau de valeurs.

x	1	2	3	4	5	6	8	10
valeur de $f(x)$ arrondie à 0,1								

b) Sachant que la fonction logarithme décimal est une fonction croissante dans l'intervalle [1 ;10], compléter le tableau suivant.

x	1 10
sens de variation de la fonction log	
sens de variation de la fonction *f*	

c) Dans le plan rapporté au repère orthonormal (O*x*, O*y*) donné tracer la courbe représentative de la fonction *f*.



d) Dans le même plan rapporté au repère (O*x*, O*y*), placer les points A, B, C, D, E, F et G de coordonnées respectives : (1 ; 0), (2 ; 3), (3 ; 5), (4 ; 6), (5 ; 7), (6 ; 8) et (10 ; 10).

3) Utilisation d'une modélisation

On considère que la fonction *f* modélise la situation de départ concernant l'augmentation du niveau sonore. Ce qui signifie que, pour *n* machines identiques fonctionnant en même temps, l'augmentation Δ, en dB, du niveau sonore par rapport au niveau sonore, en dB, d'une seule de ces machines est telle que $\Delta = f(n)$.

a) À l'aide de l'étude précédente, indiquer, parmi la liste suivante, l'arrondi pratiqué par le concepteur du document INRS : arrondi à 10^{-2}, à 10^{-1}, à l'unité, à la dizaine.

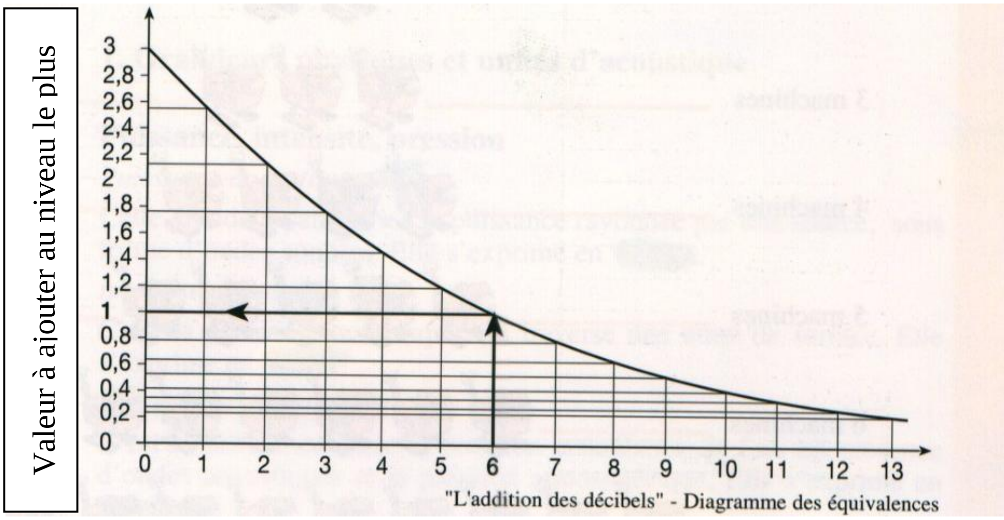
b) Par une lecture graphique, en utilisant la courbe représentative de la fonction *f*, donner une évaluation, en dB, de l'augmentation du niveau sonore pour 9 machines identiques fonctionnant simultanément par rapport au niveau sonore, en dB, d'une seule de ces machines ; laisser apparents les traits nécessaires à cette lecture.

c) Calculer l'augmentation du niveau sonore pour 9 machines identiques fonctionnant simultanément par rapport au niveau sonore, en dB, d'une seule de ces machines ; exprimer le résultat arrondi à 0,01 dB.

Partie 2

Dans la même documentation de l'INRS, on trouve l'information suivante :
Les niveaux sonores en décibels ne s'additionnent pas. Pour connaître le niveau sonore résultant de plusieurs sources différentes, on peut utiliser un tableau ou un diagramme.

Différence (*) entre les niveaux sonores de 2 éléments (en dB)	0	1	2	3	5	7	9	10	11	12	13
Valeur à ajouter au niveau le plus élevé (en dB)	3	2,55	2,10	1,75	1,2	0,78	0,52	0,41	0,35	0,27	0,23



<u>Exemple</u> : Supposons qu'en un lieu donné, deux machines de niveau sonore 81 dB et 87 dB fonctionnent en même temps. La différence des niveaux est de 6 dB.
Dans le tableau on lit que pour une différence de 6 dB, il faut ajouter 1 dB au niveau le plus élevé, ce qui donne un niveau sonore de 88 dB.
(*) La différence est la différence entre le niveau sonore le plus élevé et le niveau le plus bas.

1) En utilisant le document précédent, déterminer par une lecture graphique et un calcul simple :
a) le niveau sonore atteint quand on fait fonctionner ensemble deux tronçonneuses dont les niveaux sonores sont respectivement 100 dB pour l'une et 104 dB pour l'autre,

b) le niveau sonore atteint quand on fait fonctionner ensemble 2 machines identiques dont le niveau sonore commun est 87 dB.

2) On se propose de retrouver par un calcul la valeur, en dB, du niveau sonore résultant (88 dB) trouvée dans l'exemple présenté dans le document précédent. A cet effet :
a) Calculer la valeur de $10\times\log(10^{(0,1\times87)} + 10^{(0,1\times81)})$,

b) Donner le résultat arrondi à 0,01 puis à l'unité.

(*D'après sujet de Bac Pro M.E.M.A.T.T.P.J. Session 2002*)

Exercice 5

Le niveau d'intensité acoustique (ou sonore) L en décibel (dB) dépend de la puissance P en watts de la source sonore et de la distance nous séparant de cette source. À l'aide d'un sonomètre, on a mesuré ce niveau d'intensité acoustique à différentes distances R d'une machine M_l.

Ce niveau d'intensité sonore est donné par la relation :

$$L = 120 + 10 \log \frac{P}{4\pi R^2} \quad \text{où } R \text{ est la distance en mètres.}$$

1) Montrer que lorsque P = 0,01 W, L peut s'écrire: $L = 89 - 20\log R$

2) Pour la suite des questions, on note x la distance séparant la machine M_l du sonomètre et $f(x)$ le niveau d'intensité sonore.

On étudie la fonction f définie sur l'intervalle [1 ; 50] par: $f(x) = 89 - 20\log x$.

a) En utilisant l'égalité $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$ montrer que $f'(x) = -\dfrac{8,7}{x}$.

b) Compléter le tableau de variation de la fonction f pour x appartenant à l'intervalle [1 ; 50].

x	1 50
$f'(x)$	
Sens de variation de f	

3) Représenter la fonction f pour tout x appartenant à l'intervalle [1 ; 50] dans un système d'axes semi-logarithmique (graduations linéaire sur l'axe des ordonnées et logarithmique sur celui des abscisses).

4) Calculer à quelle distance se trouve le sonomètre lorsque celui-ci indique un niveau d'intensité sonore de 77 dB. La distance sera arrondie à l'unité.

5) Vérifier graphiquement cette valeur.

(*D'après sujet de Bac Pro Productique Mécanique Session 1999*)