FONCTIONS LOGARITHMES

I) La fonction logarithme népérien

Définition

Il existe une fonction appelée logarithme népérien et notée $f : x \mapsto \ln x$ définie sur $]0 ; +\infty[$.

Si $0 < x < 1$ alors $\ln x < 0$
Si $x > 1$, alors $\ln x > 0$
$\ln (1) = 0$

La fonction $f : x \mapsto \ln x$ est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$.

Propriété

La fonction $f : x \mapsto \ln x$ est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$.

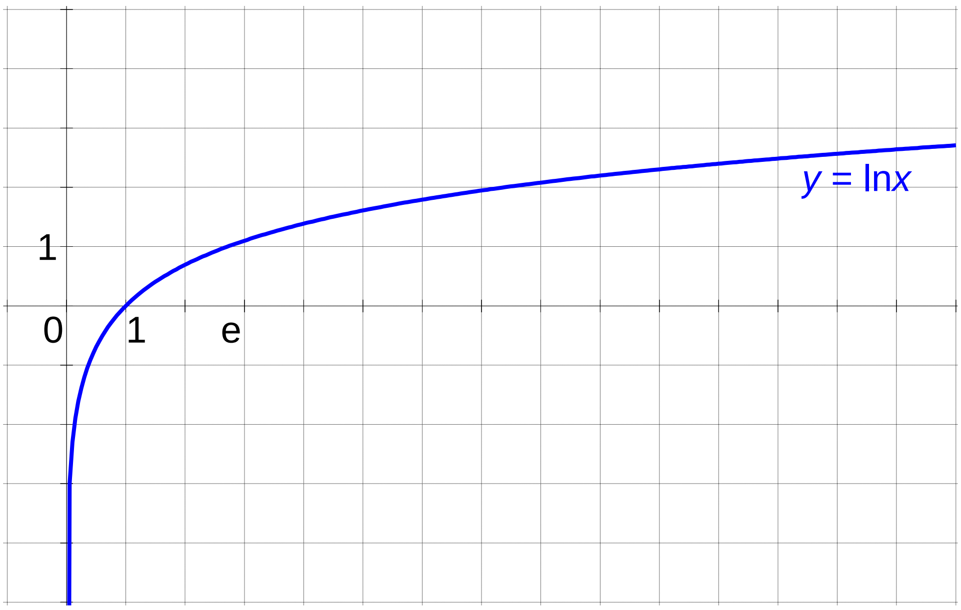
Étude et représentation

Il existe un nombre noté e tel que $\ln e = 1$ $(e \approx 2{,}718281828\ldots)$

On peut dresser le tableau de variation de la fonction $\ln x$.

x	0	1	e	$+\infty$
Signe de $1/x$		$+$		
Sens de variation de la fonction $f : x \mapsto \ln x$	$-\infty$ ↗	0 ↗	1 ↗	$+\infty$

L'axe des ordonnées est asymptote à la courbe.



II) Étude de la fonction logarithme décimal

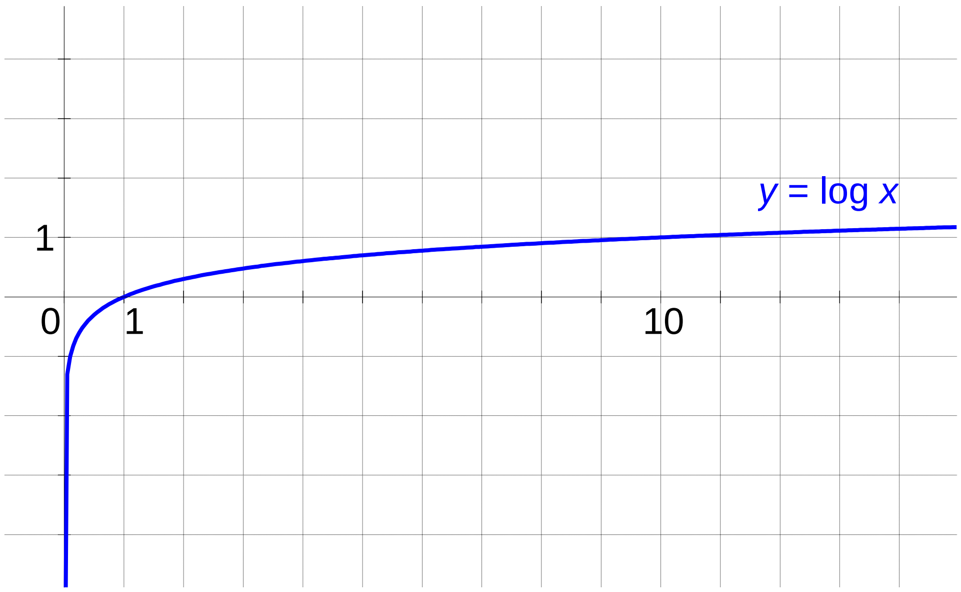
Définition

La fonction logarithme décimal est définie sur $]0\,;+\infty[$ par la relation : $\log x = \dfrac{\ln x}{\ln 10}$

Étude et représentation

Tableau de variation de la fonction log x.

x	0	1	10	$+\infty$
Signe de $(\log x)'$		+		
Sens de variation de la fonction $f : x \mapsto \log x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$



III) Propriétés de calcul de la fonction logarithme

Propriétés

Les nombres a et b sont des réels strictement positifs et n un entier relatif :

Logarithme népérien	**Logarithme décimal**
$\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$	$\log(a \times b) = \log a + \log b$
$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$	$\log\left(\dfrac{a}{b}\right) = \log a - \log b$
$\ln(1/a) = -\ln a$	$\log\left(\dfrac{1}{a}\right) = -\log a$
$\ln(a^n) = n \ln a$	$\log a^n = n \log a$