



# EXERCICES SUR LES FLUCTUATIONS D'UNE FRÉQUENCE

## Exercice 1

Voici un extrait d'article, publié dans le journal « Le Monde » par le statisticien Michel Lejeune, après le premier tour de l'élection présidentielle de 2002.

« Pour les rares scientifiques qui savent comment sont produites les estimations, il était clair que l'écart des intentions de vote entre les candidats Le Pen et Jospin rendait tout à fait plausible le scénario qui s'est réalisé. En effet, certains des derniers sondages indiquaient 18 % pour Jospin et 14 % pour Le Pen. Si l'on se réfère à un sondage qui serait effectué dans des conditions idéales [...], on obtient sur de tels pourcentages une incertitude de plus ou moins 3 % étant donné la taille de l'échantillon [...]. »

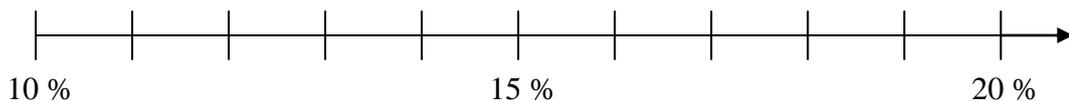
SONDAGES	IPSOS		IFOP		SOFRES		Résultats 21 avril
	6/4	18/4	6/4	12/4	15/4	18/4	
Arlette LAGUILLER	11	7	8,5	7	8	6,5	5,7
Daniel GLUCKSTEIN	0	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5
Olivier BESANCENOT	1	4	1	4	2,5	4	4,3
Robert HUE	5	5	5	5,5	6	6	3,4
JP CHEVÈNEMENT	8,5	6,5	8	8,5	6	6,5	5,3
Christiane TAUBIRA	0,5	1	1	1,5	1	1,5	2,3
Lionel JOSPIN	19	18	19	19	18	18	16,2
Noël MAMERE	5	6,5	8	6,5	5	6	5,3
Corinne LEPAGE	1	1	1,5	2	1,5	1	1,9
François BAYROU	5	6	5,5	6,5	6	6	6,8
Christine BOUTIN	0,5	1	1	0,5	1,5	1,5	1,2
Jacques CHIRAC	23	20	21	20	20	19,5	19,9
Alain MADELIN	3,5	4	3,5	3,5	5	5	3,9
Jean SAINT-JOSSE	3,5	3	4	4	3,5	4	4,2
Jean-Marie LE PEN	12	14	13	10,5	13	12,5	16,9
Bruno MÉGRET	1,5	2,5	1	3	2,5	1,5	2,3

1) Si l'on tient compte de l'incertitude liée au sondage, entre quels pourcentages pourraient se situer réellement les deux candidats lorsque le sondage donne 18 % pour l'un et 14 % pour l'autre ?

Pour Lionel Jospin : entre ..... et .....

Pour Jean-Marie Le Pen : entre ..... et .....

2) Représenter sur le graphique ci-dessous les deux « fourchettes » calculées à la question précédente. Peut-on prévoir l'ordre des candidats ?



3) Au premier tour de l'élection présidentielle de 2002, L. Jospin a obtenu 16,18 % des voix et J.-M. Le Pen 16,86 %. Expliquer la phrase « l'écart des intentions de vote entre les candidats Le Pen et Jospin rendait tout à fait plausible le scénario qui s'est réalisé ».

4) La taille de l'échantillon lors de tels sondages est de  $n = 1\ 000$  individus. Retrouver la valeur de l'incertitude donnée dans le texte de 3 %, sachant que cette valeur est calculée selon la formule :  $\frac{1}{\sqrt{n}}$

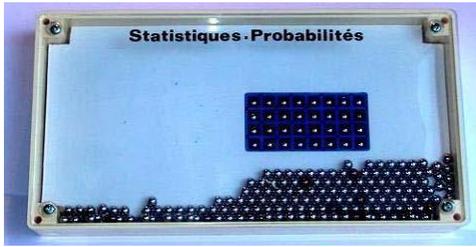
5) Cette incertitude est donnée dans ce cas à 95 % de confiance. Que peut-on déduire ?

6) Une simulation de 100 sondages réalisés auprès de 1 000 personnes au moment du vote est réalisée sous Excel. Lancer plusieurs fois cette simulation. La confiance de 95 % est-elle respectée ?

(D'après document ressources direction générale de l'enseignement scolaire)



### Exercice 2



Cette boîte permet de simuler un contrôle « qualité » d’une production industrielle, par exemple.

Dans cette boîte, les billes défectueuses sont représentées par des billes dorées. Les 32 billes contenues dans les 32 alvéoles constituent l’échantillon prélevé. On cherche à connaître le pourcentage de billes défectueuses contenues dans cette boîte.

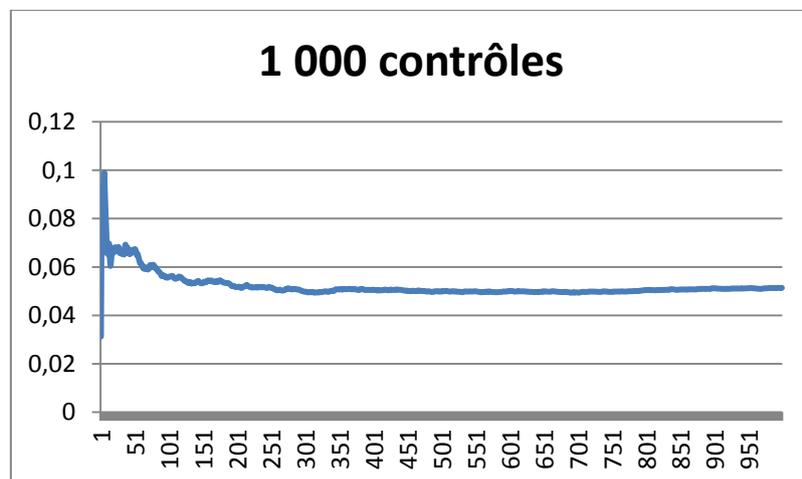
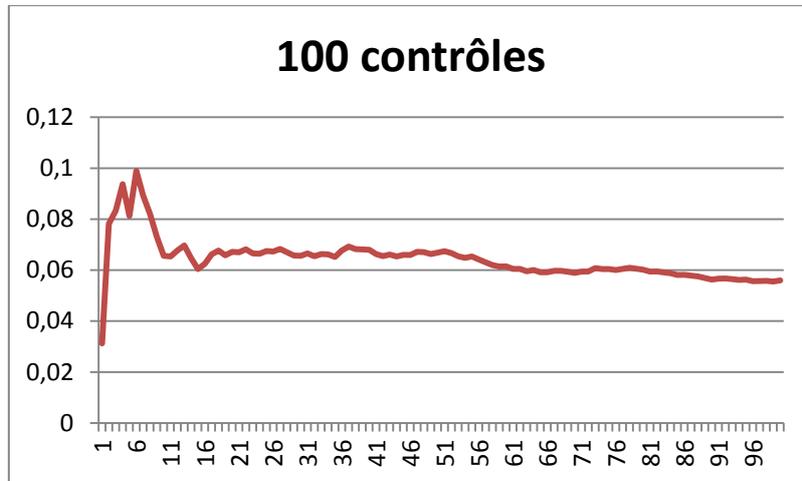
1) On simule tout d’abord 10 contrôles « qualité ». **Indiquer** dans le tableau le nombre de billes défectueuses obtenu dans chaque échantillon.

Test	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Billes défectueuses										

2) Les valeurs obtenues vous permettent-elles d’estimer le pourcentage de billes défectueuses ?

3) Que pourrait-on faire pour espérer avoir une estimation plus précise de ce pourcentage ?

4) À l’aide d’un fichier construit avec un tableur, on réalise une simulation de 100 puis de 1 000 contrôles « qualité ». Voici les résultats obtenus :





En observant ces graphiques, que remarque-t-on pour chaque courbe ?

- 5) **Donner** à partir des graphiques une estimation du pourcentage de billes défectueuses.
- 6) Peut-on déduire la valeur du nombre de billes défectueuses ?
- 7) On précise que la boîte contient en tout 200 billes. Combien de billes défectueuses sont présentes dans cette boîte ?
- 8) En effectuant 1 000 tests, on obtient un échantillon de 32 000 billes.  
En sachant que le pourcentage (confiance de 95 %) doit se situer dans l'intervalle  $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ ,  $n$  étant l'effectif de l'échantillon et  $p$  la valeur estimée à la question 5, **calculer** les valeurs de cet intervalle.
- 9) Dans les conditions de la question 8 et en supposant que 5 % constitue le pourcentage de billes défectueuses à ne pas dépasser, dois-je m'inquiéter si le contrôle qualité indique un pourcentage de 5,5 % ?

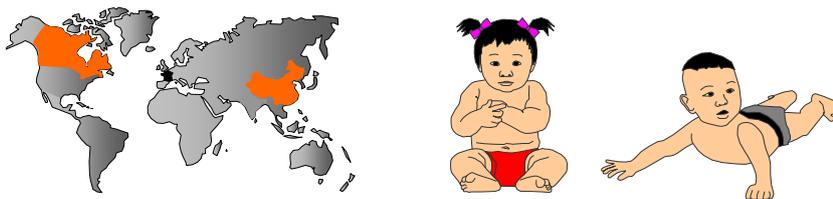
*(D'après document ressources direction générale de l'enseignement scolaire)*

### Exercice 3

Dans une usine automobile, on contrôle les défauts de peinture de type « grains ponctuels sur le capot ». Lorsque le processus est sous contrôle, on a 20 % de ce type de défauts. Lors du contrôle aléatoire de 50 véhicules, on observe 26 % de défauts (13 sur 50). Faut-il s'inquiéter ?

*(D'après document ressources direction générale de l'enseignement scolaire)*

### Exercice 4



Les données statistiques suivantes ont été relevées :

- en 2000, dans le village de Xicun, en Chine, il est né 20 enfants, parmi lesquels 16 garçons,
- dans la réserve indienne d'Aamjiwnaag, située au Canada à proximité d'industries chimiques, il est né entre 1999 et 2003, 132 enfants dont 46 garçons.

Ces observations sont-elles le fruit du hasard ?

*(D'après document ressources direction générale de l'enseignement scolaire)*



### Exercice 5

Une usine fabrique des aérosols. En fin de chaîne de production, une machine place le bouton pulvérisateur et l'étiquette de l'aérosol. Si la machine est mal réglée, les aérosols peuvent présenter deux types de défaut : avoir un bouton pulvérisateur mal posé ou avoir une étiquette mal posée.

Lors du contrôle qualité, on teste un lot de 1 000 aérosols pris au hasard dans la production. On obtient les résultats suivants :

- 30 aérosols ont une étiquette mal posée,
- 30 ont un bouton pulvérisateur mal posé,
- 10 ont les deux types de défaut.

On veut déterminer si les résultats obtenus lors d'un test remettent en question le réglage d'une machine utilisée en fin de chaîne de production.

On considère que cette machine est réglée convenablement si la proportion d'aérosols sans défauts, parmi les aérosols produits, est  $p = 0,96$ .

- 1) **Calculer** la fréquence  $f$  d'aérosols sans défauts dans le lot testé dont la taille est  $n = 1\ 000$ .
- 2) **Calculer** les bornes de l'intervalle de fluctuation. **Arrondir** les résultats au millième.
- 3) Les résultats obtenus lors du test remettent-ils en question le réglage de la machine utilisée en fin de chaîne de production ? **Justifier** la réponse.

*(D'après sujet de Bac Pro Session 2012)*

### Exercice 6

Les scientifiques se sont intéressés à un phénomène étonnant dans le village de Kodinhi, en Inde. Les naissances gémellaires y sont près de cinq fois supérieures à la moyenne nationale.

Dans le collège de la petite localité, plus de trente paires de jumeaux sont inscrites. À l'école primaire, le constat est le même. Pour ne pas faciliter la tâche des instituteurs, les parents ont pris l'habitude de leur donner des prénoms quasiment similaires. À Kodinhi, on compte 350 paires de jumeaux pour à peine 2 000 familles. La plus grande concentration au monde.



*“La moyenne nationale de naissances gémellaires est de 8,1 pour 1 000. Mais ici il y a un minimum de 45 pour 1 000”, indique K. Sribiju, un dermatologue qui collecte les données sur ce phénomène. “Nous n'avons pas encore réalisé d'enquêtes à domicile. Je suis sûr qu'en fait il y en a plus de 500, d'un âge compris entre quelques semaines et plus de 85 ans.”*

- 1) **Calculer** la fréquence des naissances gémellaires dans le village de Kodinhi.
- 2) **Calculer** la probabilité d'avoir des jumeaux dans le monde.
- 3) **Donner** l'intervalle de fluctuation.
- 4) Cette situation vous semble-t-elle « hors norme » ?