LE SYSTÈME BINAIRE

I) Introduction

L'homme a toujours eu besoin de compter et il a inventé la numération décimale sur le modèle des dix doigts de nos mains. On pourrait toutefois noter que l'on a en fait 20 doigts (pied et main). On a aussi inventé la numération qui lui correspond, appelée numération vicésimale. Elle n'a pas eu le succès de la numération décimale mais on en a hérité quatre-vingt (au lieu d'octante ou huitante), quatre vingt dix (nonante).
L'écriture décimale nécessite l'existence de 10 chiffres (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9). Toute écriture dans un système supérieur à 10 nécessite la création de nouveaux idéogrammes. On les remplace souvent par des lettres.

Base 2	Base 3	Base 4	Base 5	Base 6	Base 7	Base 8	Base 9	**Base 10**	Base 11	Base 12	Base 13
0	0	0	0	0	0	0	0	**0**	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	**1**	1	1	1
10	2	2	2	2	2	2	2	**2**	2	2	2
11	10	3	3	3	3	3	3	**3**	3	3	3
100	11	10	4	4	4	4	4	**4**	4	4	4
101	12	11	10	5	5	5	5	**5**	5	5	5
110	20	12	11	10	6	6	6	**6**	6	6	6
111	21	13	12	11	10	7	7	**7**	7	7	7
1000	22	20	13	12	11	10	8	**8**	8	8	8
1001	100	21	14	13	12	11	10	**9**	9	9	9
1010	101	22	20	14	13	12	11	**10**	A	A	A
1011	102	23	21	15	14	13	12	**11**	10	B	B
1100	110	30	22	20	15	14	13	**12**	11	10	C
1101	111	31	23	21	16	15	14	**13**	12	11	10
1110	112	32	24	22	20	16	15	**14**	13	12	11
1111	120	33	30	23	21	17	16	**15**	14	13	12
10000	121	100	31	24	22	20	17	**16**	15	14	13
10001	122	101	32	25	23	21	18	**17**	16	15	14
10010	1000	102	33	30	24	22	20	**18**	17	16	15

Plus la base est importante et moins il faut de chiffre pour écrire un nombre. Exemple 1000 :

En	Ecriture
Base 2 (système binaire)	1 111 101 000
Base 3 (système ternaire)	1 101 001
Base 4 (système quaternaire)	33 220
Base 5 (système quinaire)	13 000
Base 6 (système sénaire)	4344
Base 7 (système septénaire)	2626
Base 8 (système octonaire)	1750
Base 9 (système nonaire)	1331
Base 10 (système décimal)	1000
Base 11 (système undécimal)	82A
Base 12 (système duodécimal)	6B4

II) Systèmes les plus courants

Le système duodécimal : Si le système décimal n'avait pas été universellement adopté, il aurait pu avoir un certain succès dans la mesure ou 12 a un plus grand nombre de diviseurs que 10.

Le système héxadécimal : (16 chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F). Ce système est utilisé en informatique.

Le système sexagésimal : Ce système à base 60 fut élaboré par les babyloniens. Il est encore utilisé pour les mesures de temps et d'angle (heures, minutes, secondes).

Le système binaire : Ce système est très ancien et son existence en Chine remonterait au moins à 25 siècles avant J-C. Au XVII^{e} siècle, Leibniz essaiera de l'imposer sans succès. Ce système connaît son apogée avec l'apparition de l'électronique. Dans les transistors, 0 correspond à l'absence de courant et 1 au passage du courant.
Par convention un nombre élevé à la puissance 0 est égal à 1. Il en découle que tout nombre peut s'écrire sous la forme d'une somme de puissances de 2.

III) Convertir un nombre décimal en binaire

L'écriture binaire repose sur le fait que tout nombre peut s'écrire sous la forme d'une somme de puissances de 2.

1ère méthode

➯ Comment s'écrit 97 en nombre binaire ?

On commence par chercher la plus grande puissance de 2 contenue dans 97.
Il s'agit de $2^6 = 64$.
On soustrait 64 à 97. Il nous reste 33.
On cherche la plus grande puissance de 2 contenue dans 33.
Il s'agit de $2^5 = 32$.
On soustrait 32 à 33. Il reste 1.
La plus grande puissance de 2 contenue dans 1 est 2^0.
Il en résulte que $97 = \mathbf{1}\times 2^6 + \mathbf{1}\times 2^5 + \mathbf{0}\times 2^4 + \mathbf{0}\times 2^3 + \mathbf{0}\times 2^2 + \mathbf{0}\times 2^1 + \mathbf{1}\times 2^0$

$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$

L'écriture binaire de 97 est donc : **1 1 0 0 0 0 1**.

2ème méthode

➯ Comment s'écrit 437 en nombre binaire ?

On prépare un tableau avec les puissances de 2 :

…	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

On reconstitue le nombre décimal à convertir en plaçant des « 1 » dans les colonnes adéquates du tableau : 437 = 256 + 64 + 16 + 8 + 2 + 1

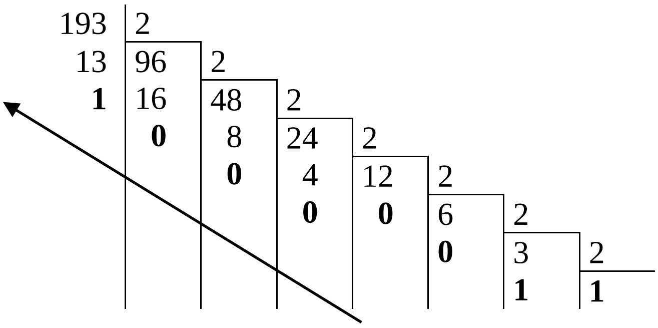
…	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
	0	0	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**

L'écriture binaire de 437 est donc : **1 0 1 0 1 1 0 1 1**.

3ème méthode

Il existe un autre procédé plus rapide pour transférer un nombre du système décimal dans un autre système. Cette méthode consiste à diviser le nombre donné par la base tant que c'est possible. On rassemble ensuite les restes en partant de la fin et on obtient l'écriture dans la nouvelle base.

➪ Comment s'écrit 193 en nombre binaire ?



L'écriture binaire de 193 est donc : **1 1 0 0 0 0 0 1**.

IV) Convertir un nombre binaire en décimal

Soit 1011 le nombre binaire à convertir. Cette écriture est appelée écriture implicite. Pour trouver l'équivalent décimal il suffit d'employer l'écriture explicite.

1 0 1 1 correspond à : $\underset{8}{1\times2^3}+\underset{0}{0\times2^2}+\underset{2}{1\times2^1}+\underset{1}{1\times2^0}$ soit $1\,0\,1\,1_2 = 11_{10}$

Remarque : quand on travaille simultanément dans différentes bases, il faut indiquer, en indice, la base dans laquelle est écrit chacun des nombres.

V) Utilisation

Nous l'avons dit en introduction que le système binaire trouve son utilité dans tous les domaines liés à l'informatique et l'électronique. Le langage binaire est utilisé pour tout transport d'information par voie électronique. Par exemple les lettres de notre alphabet sont codés par nos ordinateurs en binaire selon les codes ci-dessous :

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**
01000001	01000010	01000011	01000100	01000101	01000110	01000111
H	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**	**N**
01001000	01001001	01001010	01001011	01001100	01001101	01001110
O	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**	**U**
01001111	01010000	01010001	01010010	01010011	01010100	01010101
V	**W**	**X**	**Y**	**Z**		
01010110	01010111	01011000	01011001	01011010		