



ÉVITEZ LES ARNAQUES GRÂCE AUX MATHS

Peut-on utiliser les mathématiques pour « faire sauter la banque » ? Existe-t-il des méthodes pour gagner au LOTO ou à d'autres jeux ?

Ce sont des questions que nous nous sommes tous au moins posés une fois. On va voir ici qu'il n'y a pas de recettes « miracle » mais que les mathématiques peuvent permettre d'éviter de faire certains choix.

Quelles sont les chances de gagner au LOTO ?

Le tirage de la Française des jeux le plus connu en France est le LOTO. Il est inutile de vous le présenter, je vous rappelle juste qu'il consiste à choisir 6 numéros parmi 49 par l'intermédiaire de boules numérotées qui tombent d'une urne en rotation.

Lorsque la **première boule** tombe on a **49 possibilités**.

Lorsque la **deuxième boule** tombe on a **48 possibilités** (on ne peut pas avoir une deuxième fois le numéro de la première boule : les boules tombées ne sont pas remises dans l'urne).

Lorsque la **troisième boule** tombe on a **47 possibilités**.

Et ainsi de suite jusqu'à la sixième boule.

On a donc $49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44$ soit 10 068 347 520 possibilités.

Mais attention, avec le LOTO, on ne tient pas compte de l'ordre d'arrivée des boules. Il y a donc plusieurs combinaisons qui reviennent au même ...

On peut ranger 6 boules de 720 façons différentes : $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$.

On divise donc le rapport : $\frac{10\,068\,347\,520}{720} = 13\,983\,816$

Pour un tirage on a donc 1 chance de gagner le gros lot pour 13 983 815 (mal)chances de perdre soit à peu près UNE CHANCE SUR 14 MILLIONS.

Jouer tous les numéros ?

Sur chaque billet de LOTO, on remplit 6 grilles, il faudrait donc remplir :

$$\frac{13\,983\,816}{6} = 2\,330\,336$$

soit 2 330 336 grilles pour pouvoir jouer tous les numéros. C'est impossible humainement.

Quelles sont les chances de gagner au casino en utilisant le principe de la martingale ?

Le principe de la martingale consiste à miser toujours la même couleur (noir par exemple) jusqu'à ce que cette couleur finisse par sortir. Dès que la couleur sort, on s'arrête.

Supposons que l'on mise 10 euros sur le noir.

Au premier coup, la probabilité de gagner est de une sur deux :

- soit le noir sort et on empoche 20 euros avec un bénéfice de 10 euros.
- soit le rouge sort et on rejoue le noir au deuxième coup.

Au deuxième coup, on mise 20 euros.

On a encore une chance sur deux pour que le noir sorte.

- soit le noir sort et on empoche 40 euros avec un bénéfice total de 10 euros. ($40 - 20 - 10 = 10$).
- soit le rouge sort et on rejoue le noir au troisième coup.



Au troisième coup on mise 40 euros :

- soit le noir sort et on empoche 80 euros avec un bénéfice de 10 euros. ($80 - 40 - 20 - 10 = 10$).
- soit le rouge sort et on rejoue le noir au quatrième coup.

En utilisant les connaissances de mathématiques sur les suites géométriques on peut calculer le gain au bout d'un nombre n de coups. On constate que la mise double à chaque fois, on a donc affaire à une suite géométrique de raison 2.

Si S_1 est la mise de départ (dans notre exemple 10 euros) :

la mise au deuxième coup est $S_2 = 2 \times S_1$;

la mise au troisième coup est $S_3 = 2 \times 2 \times S_1$ soit $S_3 = 2^2 \times S_1$;

la mise au quatrième coup est $S_4 = 2^3 \times S_1$;

la mise au coup n est $S_n = 2^n \times S_1$.

Au bout du coup n on a perdu au total la mise du coup en question S_n et la somme de toutes les mises précédentes soit $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_n$.

Ce qui peut s'écrire sous la forme $S_1 + 2 \times S_1 + 2^2 \times S_1 + 2^3 \times S_1 + \dots + 2^{n-1} \times S_1$.

Ou encore $S_1 \times (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1})$.

D'après les suites géométriques nous savons que : $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} = \frac{1 - 2^n}{1 - 2}$

Au bout du coup n on a donc perdu au total une somme égale à $S_1 \times \left(\frac{1 - 2^n}{1 - 2} \right)$.

On considère maintenant la somme d'argent gagnée. Si on gagne, on récupère le double de la mise. Au coup n , la mise étant S_n , on récupère $2 \times S_n$ soit $2 \times 2^{n-1} \times S_1$.

On récupère donc la somme de $2^n \times S_1$.

Le bénéfice est égal à la soustraction de tout ce qu'on a misé à la somme d'argent qu'on a récupéré soit :

$$2^n \times S_1 - S_1 \times \left(\frac{1 - 2^n}{1 - 2} \right) = 2^n \times S_1 + S_1 - 2^n \times S_1$$

Ce qui donne un bénéfice de S_1 , c'est à dire la mise de départ.

Jouer selon le principe de la martingale ne peut vous faire gagner que la mise de départ en prenant le risque d'avoir à miser de fortes sommes.

Il faut savoir que les casinos fixent un minimum et un maximum pour les mises ce qui interdit d'utiliser la martingale plus de cinq ou six fois de suite. C'est la raison pour laquelle ceux qui l'utilisent sont appelés les « racleurs » : ils sont condamnés à gagner petit ... tout en perdant gros de temps en temps.

Et la loi des séries ?

La loi des séries, on en entend parler partout : dans les journaux, à la télévision ...

Elle fait parler d'elle dès que survient un phénomène peu fréquent tels que des accidents d'avion, des cataclysmes... Elle rejoint le fameux proverbe « jamais deux sans trois ».

Pourtant cette loi n'existe pas en mathématiques. Seule existe en mathématiques la loi des grands nombres. Cette loi nous dit par exemple que sur un nombre très important de lancers, toutes les faces d'un dé seront sorties à peu près autant de fois.



La loi des grands nombres peut-elle être utilisée pour gagner au LOTO ?

Si je fais des statistiques sur les numéros sortis au LOTO et note les numéros qui ne sont pas sortis depuis longtemps puis-je ainsi prévoir les numéros à jouer ?

Il faut savoir que chaque tirage est indépendant des tirages précédents. Les boules ne gardent pas en mémoire le nombre de fois qu'elles sont sorties. Pour un tirage donné, la probabilité pour que sortent ces boules n'est pas plus grande.

Les probabilités me sont-elles utiles pour un jeu de hasard ?

Un jeu télévisé américain propose de gagner une voiture dans les conditions suivantes.

Le candidat se trouve devant trois portes derrière lesquelles se trouvent une voiture et deux chèvres. Il n'a aucune idée de la porte où peut se trouver la voiture mais il doit la deviner.

Pour cela on lui pose la question « Derrière quelle porte se trouve la voiture ? »

Soit il a de la chance et il tombe tout de suite sur la bonne porte et il remporte la voiture, soit il tombe sur une porte derrière laquelle il y a une chèvre.

Seulement une fois son choix effectué, l'animateur lui précise la porte, sur les deux restantes, derrière laquelle se trouve une chèvre et réitère sa question.

Se pose alors le dilemme, doit-on continuer à garder son choix ou vaut-il mieux changer ?

Il n'y a qu'un rapide calcul de statistiques qui permet de répondre à la question.

Au départ vous avez une chance sur trois de tomber sur la voiture contre deux chances sur trois de tomber sur une chèvre. Si vous gardez votre choix la probabilité d'avoir la voiture ne change pas et reste égale à $1/3$.

Le jeu de Chifoumi

C'est un jeu qui se pratique en France sous le nom de « Chifoumi » et en Espagne sous le nom de « Morra ».

Deux joueurs préparent une figure avec une main et se la présentent simultanément. Si les figures sont identiques, personne ne marque de points, par contre si elles sont différentes, un seul des deux adversaires marque.



Poing fermé et index tendu : le tournevis



Index et majeurs tendus écartés : la pince



Pouce et index opposés : le puits



Paume ouverte : la feuille



Poing fermé : la noix

Les règles sont les suivantes :

Le tournevis, la pince et la noix tombent dans le puits ;

La feuille bouche le puits et enveloppe la noix ;

Le tournevis démonte la pince et crève la feuille mais ne peut ouvrir la noix ;

La pince déchire la feuille et casse la noix.

Il ne faut pas jouer la noix pour pouvoir gagner car elle perd trop souvent contre les autres figures (elle ne gagne que face au tournevis).



Pair et impair

On retrouve l'existence de ce jeu dans une correspondance de Nicolaus Bernouilli (1687 – 1719) avec Montmort (1678 – 1719) publié dans son livre «Essai sur les jeux de hasard ».

Un père propose à son fils de deviner s'il a en main un nombre pair ou impair de pièces.

- S'il propose pair et que le nombre est pair, il gagne 4 euros.
- S'il propose pair et que le nombre est impair, il ne gagne rien.
- S'il propose impair et que le nombre est pair, il ne gagne rien.
- S'il propose impair et que le nombre est impair, il gagne 1euro.

Comment doit jouer le père pour économiser de l'argent ? Comment doit jouer en revanche le fils pour espérer lui soustraire le maximum d'argent ?

Si on représente les différents choix dans un tableau :

| | | Choix du fils | |
|---|----------------------------|---------------|--------|
| | | Pair | Impair |
| C h o i x d u p è r e | P a i r | 4 | 0 |
| | I m p a i r | 0 | 1 |

On voit que le père a intérêt à jouer impair à chaque fois (il perd moins d'argent).

Maintenant, on peut penser que le fils va deviner la stratégie et jouer impair à chaque fois. Si on ne rentre pas dans ces considérations, le père doit choisir pair avec une probabilité de $\frac{1}{4}$ et impair avec une probabilité de $\frac{3}{4}$.