EXERCICES SUR LES INTÉGRALES

Exercice 1

$W = \int_{0,041}^{0,204} \frac{323}{v} dv$. Calculer W. (Le résultat sera arrondi à l'unité).

(*D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session 1999*)

Exercice 2

On admet que l'énergie dissipée par effet joule par un dipôle résistif entre les instants t = 0s et t = 1s est :

$$E = \int_0^1 0,0648 e^{-4000t} dt \quad \text{avec } E \text{ en joule (J) et } t \text{ en seconde (s)}$$

1) Soit la fonction g définie sur [0 ; 1] par $g(t) = 0,0648 e^{-4000t}$.
Donner l'expression $G(t)$ d'une primitive G de la fonction g.

2) Calculer, en utilisant le résultat de la question 1), la valeur de E. Arrondir à 1 µJ.
Rappel : 1 µJ = 10^{-6} J.

(*D'après sujet de Bac Pro M.A.V.E.L.E.C. et M.R.I.M. Session juin 2003*)

Exercice 3

Lors de l'écoulement laminaire d'un fluide dans une conduite neuve, de section circulaire, la répartition de la vitesse v d'écoulement des particules satisfait à la relation :

$$v = 10^{-6} \frac{\Delta P}{4\eta\ell}\left(R^2 - r^2\right)$$

ΔP : perte de charge sur la longueur ℓ de conduite en Pa.
ℓ : longueur de la conduite en m,
R : rayon du tube en mm,
η : coefficient de viscosité dynamique du fluide,
r : distance par rapport à l'axe du tube en mm,
v : vitesse du fluide à une distance r de l'axe du tube en m/s.

1) Exprimer la vitesse v en fonction de la distance r, pour un tube de rayon R = 7,5 mm, dans les conditions suivantes :

ΔP = 15 000 Pa $\qquad \ell = 1$ m $\qquad \eta = 0,036$

2) On considère la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 7,5] par : $g(x) = -0,104x^2 + 5,86$.

a) Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 7,5].

b) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{7,5} \left(-0,104x^2 + 5,86\right) dx$.

La vitesse moyenne d'écoulement dans ce tube est donnée en m/s par la formule :

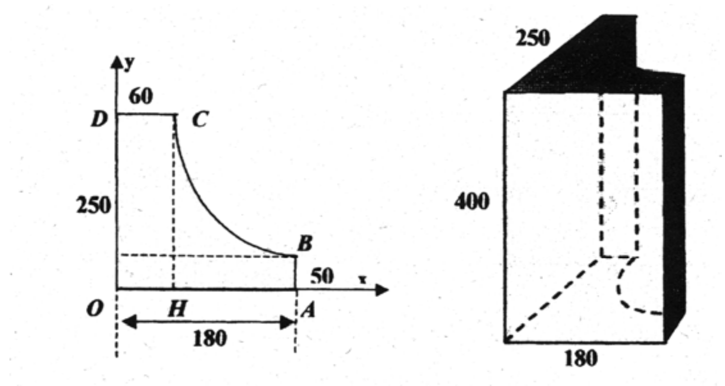
$$\mu = \frac{1}{7,5} \int_0^{7,5} \left(-0,104x^2 + 5,86\right) dx \ .$$

Calculer cette vitesse moyenne.

(*D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session 2001*)

Exercice 4

Pour rendre un dispositif de chauffage le plus compact possible, on est amené à fabriquer un réservoir de combustible ayant la forme ci-dessous. (Les cotes sont exprimées en millimètres).
La base du réservoir est décrite par le schéma suivant :



Dans un repère orthonormal d'origine O, l'arc de courbe $\overset{\frown}{BC}$ est la représentation graphique $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur l'intervalle [60 ; 180] et du type $f(x) = \dfrac{ax+b}{x}$ où a et b sont deux constantes à déterminer.

1) *Expression de la fonction f.*

a) Le point B(180 ; 50) appartient à $\mathscr{C}$. Montrer que : $180a + b = 9000$.

b) Le point C(60 ; 250) appartient à $\mathscr{C}$. Montrer que : $60a + b = 15000$.

c) Calculer les valeurs des constantes a et b en résolvant le système d'équations :

$$\begin{cases} 180a + b = 9000 \\ 60a + b = 15000 \end{cases}$$

d) En déduire l'expression de la fonction f.

e) Montrer que $f(x)$ peut s'écrire $f(x) = -50 + \dfrac{18000}{x}$.

2) *Etude de la base du réservoir.*

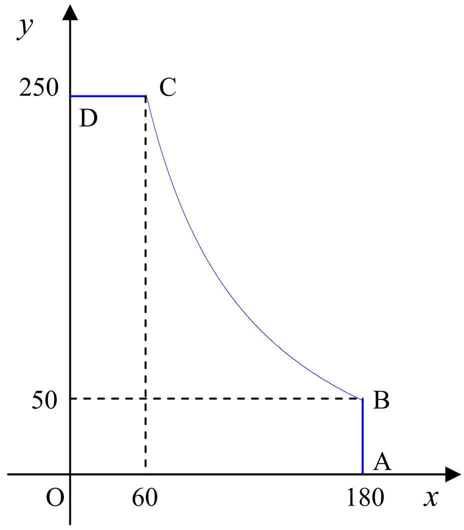
a) Calculer l'intégrale suivante $I = \displaystyle\int_{60}^{180} \left(\frac{-50x + 18000}{x} \right) dx$.

b) Hachurer sur le dessin suivant, le domaine dont l'aire est I.

3) *Calcul du volume du réservoir.*

a) Calculer l'aire S de la base OABCD du réservoir en mm².

b) Calculer le volume du réservoir. Exprimer la capacité de ce réservoir en litres.



(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session 2000)

Exercice 5

Partie I : Etude de la fonction

Soit la fonction *f* définie sur l'intervalle [700 ; 1 200] par $f(x) = -24800 \times \frac{1}{x} + 27,3$.

1) a) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction *f*.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle [700 ; 1 200].

2) Quel est le sens de variation de *f* sur l'intervalle [700 ; 1 200] ?

3) Compléter le tableau suivant. Arrondir les valeurs approchées au centième.

x	700	800	900	1 000	1 100	1 200
$f(x)$	-8,13				4,75	

4) Tracer la courbe *C*, représentative de la fonction *f*, dans le plan rapporté au repère orthogonal suivant.

Partie II : Calcul d'aire

1) Hachurer la partie du plan délimitée par :
- la courbe *C*.
- l'axe des abscisses
- les droites d'équation $x = 1\,000$ et $x = 1\,100$.

2) Par simple lecture graphique, donner une valeur approchée en cm² de l'aire *A* de la partie du plan hachurée.

3) Déterminer $F(x)$ où *F* est une primitive de la fonction *f*.

4) Calculer l'intégrale $J = \int_{1000}^{1100} f(x)dx$ à l'unité près.

5) Donner une interprétation géométrique de la valeur de l'intégrale *J*.
Comparer *J* et *A*, sachant qu'avec les unités choisies pour le repère, 1 cm² représente 50 unités d'aire.

(D'après sujet de Bac Pro Industries de procédés Session juin 2001)

Exercice 6

On considère la fonction g définie sur l'intervalle [0 ; 7 ,5] par : $g(x) = -0{,}104x^2 + 5{,}86$

1) Déterminer une primitive G de la fonction g sur l'intervalle [0 ; 7,5].

2) Calculer l'intégrale $I = \int_0^{7{,}5} \left(-0{,}104x^2 + 5{,}86\right) dx$.

(D'après sujet de Bac Pro Énergétique Session septembre 2001)