

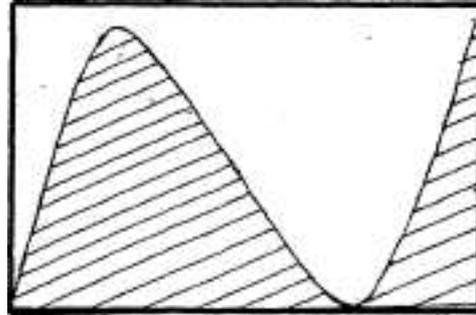


CONTRÔLE SUR LES INTÉGRALES



Exercice 1

Un client commande un imprimé dont le motif en aplat est sommairement représenté par le croquis suivant :



L'objectif du problème est de définir le taux de couverture de la partie hachurée.

Pour établir la maquette, on modélise le tracé par la courbe représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - 9x + 20$.

Partie I : Tracé de la représentation graphique.

- 1) Calculer $f'(x)$ où f' désigne la dérivée de la fonction f .
- 2) a) Résoudre dans l'intervalle $[-6 ; 6]$ l'équation : $x^2 - 9 = 0$.
- b) Compléter le tableau de variation de la fonction f ci-dessous.

| | | |
|------------------------------|----|---|
| x | -6 | 6 |
| Signe de $f'(x)$ | | |
| Variation de la fonction f | | |

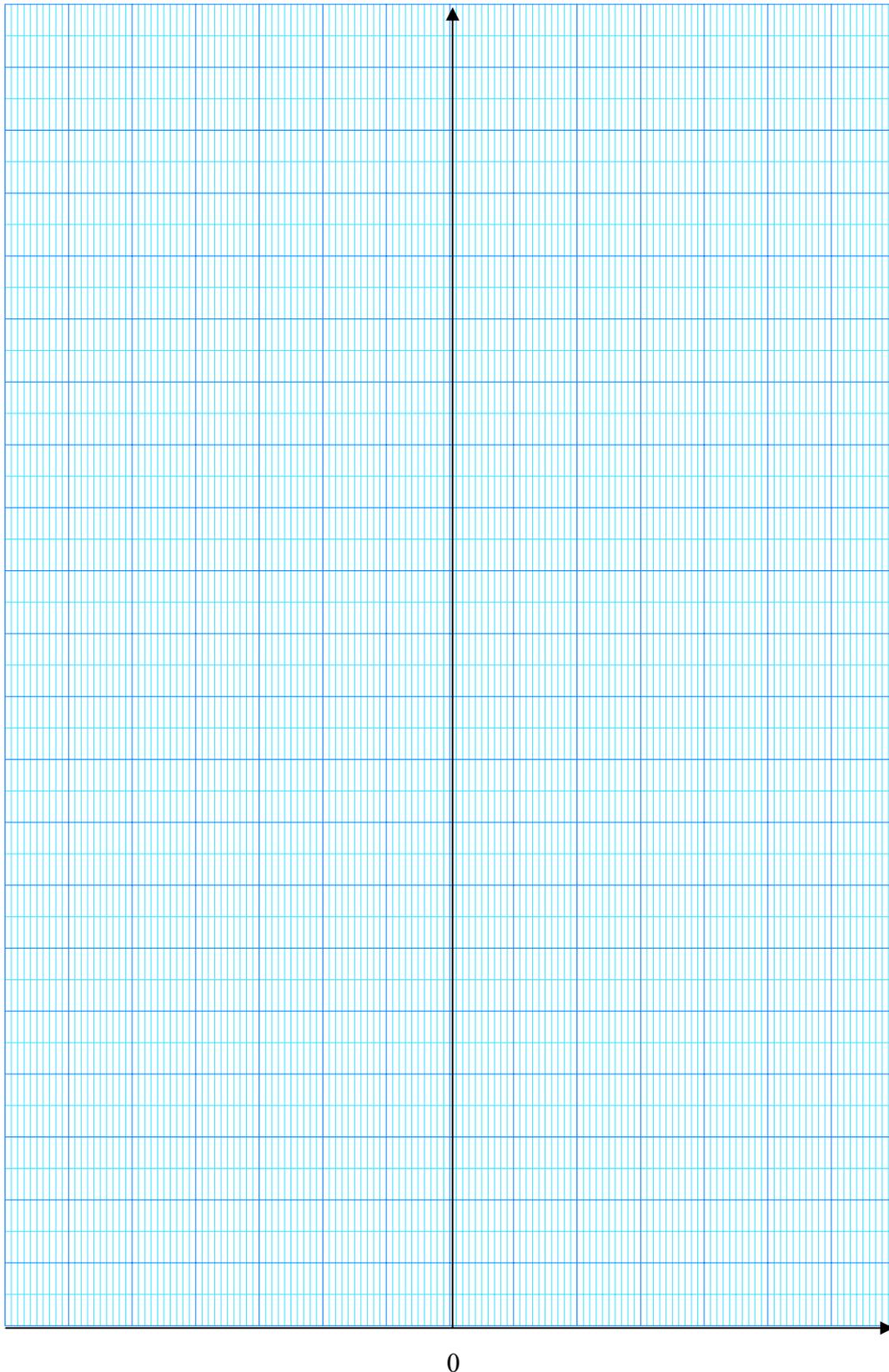
c) Dans le plan rapporté au repère ci-dessous, tracer les tangentes aux points d'abscisses - 3 et 3 en expliquant leur construction.

3) Compléter le tableau de valeurs de la fonction f ci-dessous.

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------|----|------|------|----|------|------|---|------|-----|---|-----|------|---|
| x | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| $f(x)$ | | 23,3 | 34,7 | | 35,3 | 28,7 | | 11,3 | 4,7 | | 5,3 | 16,7 | |



4) Tracer la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f dans le plan rapporté au repère ci-dessous.





Partie II : Détermination du taux de couverture de l'imprimé.

Pour évaluer la charge en encre, l'imprimeur veut déterminer le taux de couverture de l'imprimé. On se propose alors de calculer l'aire hachurée de l'aplat.

1) Primitive de la fonction f .

Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle $[-6 ; 6]$ par :

$$F(x) = \frac{x^4}{12} - \frac{9}{2}x^2 + 20x$$

est une primitive de la fonction f .

2) a) Calculer $F(-6)$ et $F(6)$.

b) Calculer la valeur de l'intégrale $\int_{-6}^6 f(x)dx$.

c) Quelle est l'aire, délimitée par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -6$ et $x = 6$? Exprimer le résultat en unité d'aire.

d) La représentation graphique représente l'aplat réel à l'échelle 1. Exprimer l'aire de l'aplat en cm^2 .

3) Le motif en aplat est imprimé sur une carte de format final 12×19 (dimensions en cm).

Sachant que l'aire du motif hachuré représente 120 cm^2 , calculer le taux de couverture. Le résultat sera arrondi à 1%.

(D'après Bac Pro Industries graphiques préparation de la forme imprimante Session 2003)

Exercice 2

La valeur moyenne de l'intensité du courant dans une bobine entre les instants 0 et 0,1 s est donnée par:

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{0,1} \int_0^{0,1} 2(1 - e^{-50t}) dt$$

a) En utilisant le formulaire, montrer que : $I_{\text{moy}} = 20 \left(\int_0^{0,1} 1 dt - \int_0^{0,1} e^{-50t} dt \right)$.

b) Calculer I_{moy} : les calculs intermédiaires doivent apparaître sur la copie et le résultat est à arrondir à 10^{-1} .

(D'après sujet de Bac Pro EIE Session juin 2003)