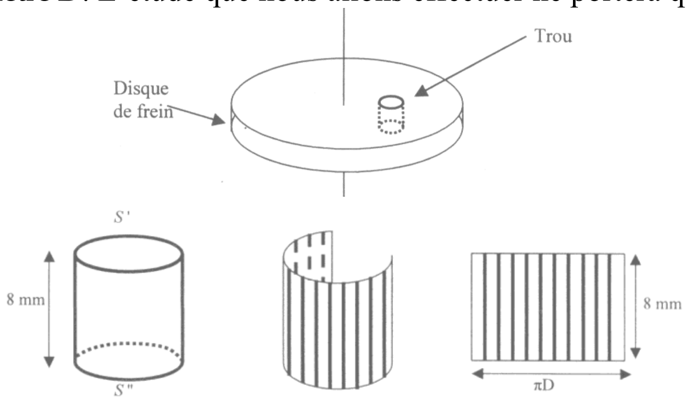
EXERCICES DE GÉOMÉTRIE

Exercice 1

Afin d'augmenter le refroidissement d'un disque de frein, on décide de le percer de trous cylindriques de diamètre D. L'étude que nous allons effectuer ne portera que sur un seul trou.



Au cours de cet exercice, nous montrerons que l'aire de la surface de contact entre l'air et le disque varie en fonction du diamètre de perçage du trou.

1) Exprimer $S_1 = S' + S''$ en fonction du rayon R et de π .

2) Exprimer S_2 en fonction du diamètre D et de π puis du rayon R et de π .

3) Montrer que l'aire de la surface de contact entre l'air et le disque, $S(R)$, vérifie la relation

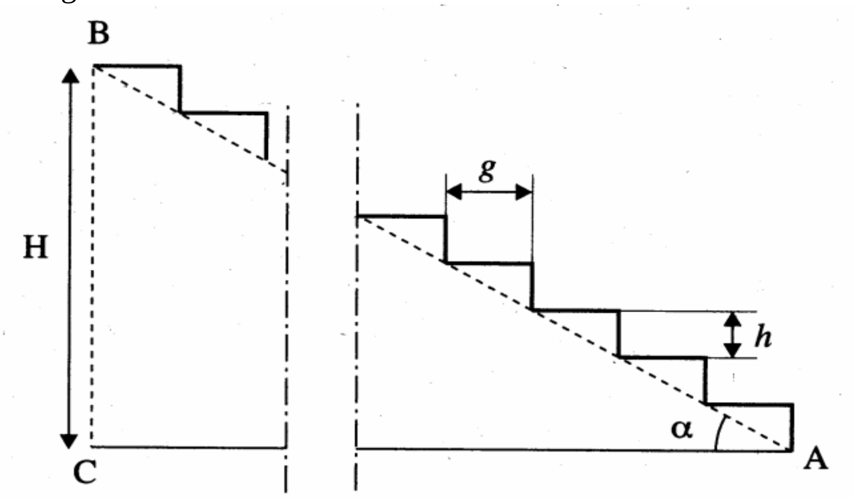
$$S(R) = 2\pi(8R - R^2) \text{ où } R \text{ est le rayon du trou.}$$

4) Calculer la valeur, arrondie à 1 mm, de S pour $R = 3$ mm puis pour $R = 9$ mm.

(*D'après Bac Pro Maintenance Automobile Session juin 2002*)

Exercice 2

On s'intéresse au dimensionnement d'un escalier métallique sans palier intermédiaire représenté sur la figure ci-dessous.



Ses dimensions suivent la loi du pas moyen :

$$2h + g = 630 \text{ avec } h \text{ la hauteur de marche et } g \text{ le giron, exprimés en mm.}$$

La plate-forme se situe à H = 4 m au-dessus du sol. La distance AC est de 6 m.

1) Calculer l'angle d'inclinaison α de l'escalier. Arrondir au degré.

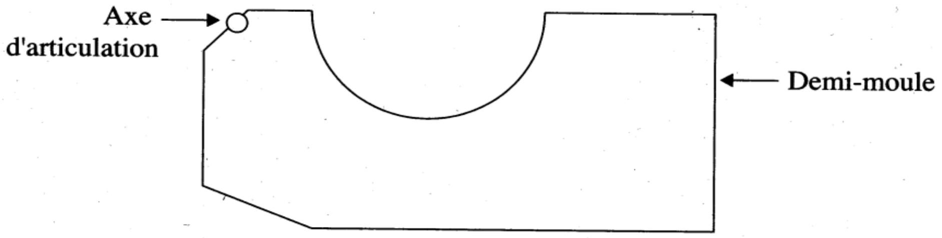
2) Établir une relation entre $\tan\alpha$, h et g. En déduire une relation entre g et h en conservant la valeur exacte de $\tan\alpha$. Exprimer cette relation sous la forme g = ...

3) En utilisant la relation précédente et la loi du pas moyen, déterminer la hauteur de marche h. En déduire le giron g.

(*D'après sujet de Bac Pro Réalisation d'ouvrages chaudronnés et structures métalliques Session juin 2002*)

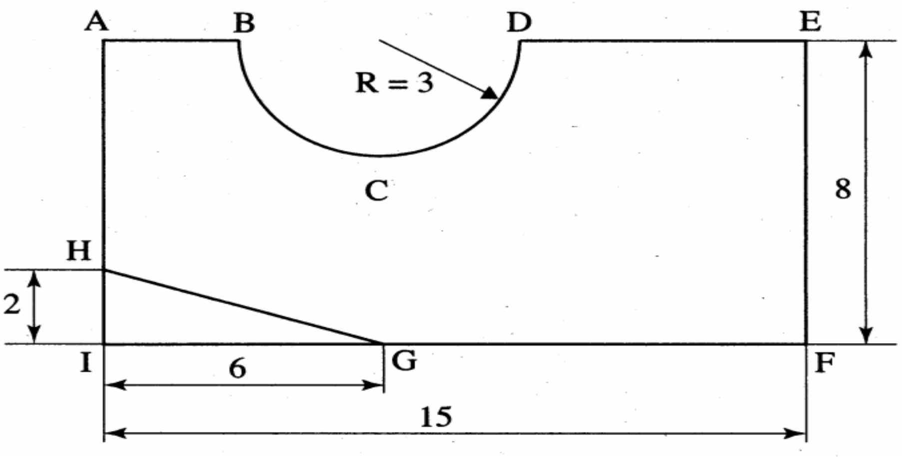
Exercice 3

Dans une souffleuse de bouteilles en plastique, on utilise des demi-moules articulés. La coupe de l'un de ces demi-moules est représentée ci-dessous. Une ébauche de cette coupe est réalisée dans une plaque rectangulaire de 15 cm de longueur et de 8 cm de largeur.



1) Étude d'un cas particulier

On découpe le triangle GHI et le demi-disque BCD dans le rectangle $AEFI$ (figure ci-dessous). L'unité de longueur est le centimètre.



a) Calculer l'aire du rectangle $AEFI$.

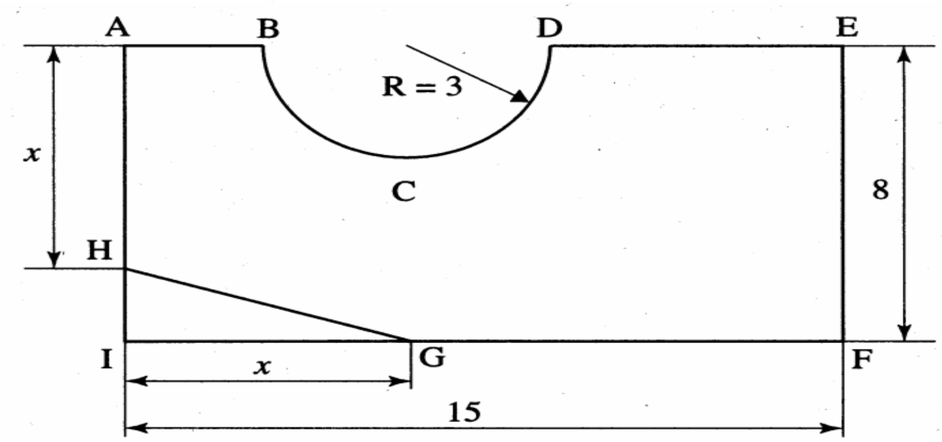
b) Calculer l'aire du triangle GHI.

c) Calculer, arrondie au dixième de cm², l'aire du demi-disque BCD de diamètre [BD].

d) En déduire, arrondie au dixième de cm², l'aire de l'ébauche $ABCDEFGH$ ainsi réalisée.

2) Étude du cas général

Pour des essais de résistance du demi-moule à la pression et à la température d'injection du plastique de la souffleuse, on fait varier la valeur commune x de AH et de IG (figure ci-dessous).



L'unité de longueur est le centimètre.
a) Exprimer la longueur HI, en fonction de x.
b) Montrer que l'aire, en cm², du triangle GHI est égale à $4x - 0,5x^2$.
c) Montrer que l'aire $S(x)$ de la coupe du demi-moule ainsi réalisée est :

$$S(x) = 0,5x^2 - 4x + 105,9$$

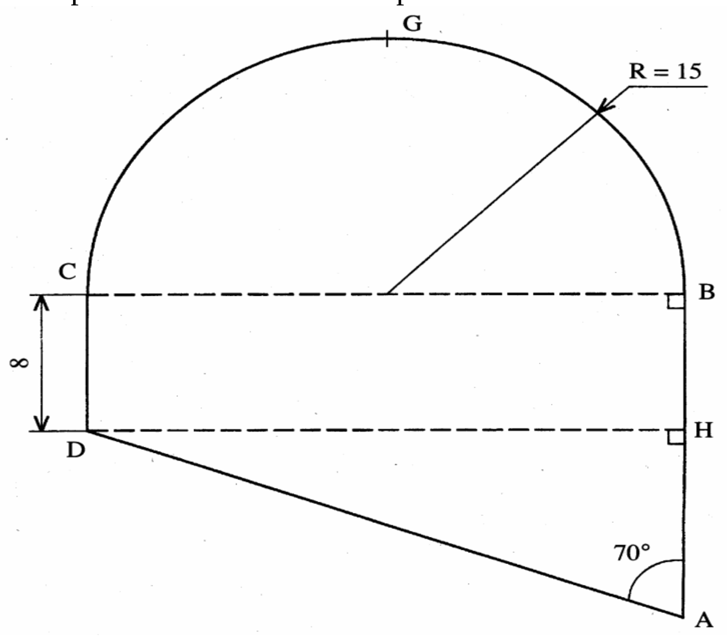
(*D'après sujet de Bac Pro Étude et définition de produits industriels Session septembre 2001*)

Exercice 4

L'étude porte sur l'installation d'une piscine sur un terrain municipal.

Partie 1 : Calcul de l'aire du terrain

Les cotes sont exprimées en m.
Le schéma ci-dessous représente le terrain municipal.



ABCD est un trapèze rectangle. L'arc *BC* est un demi-cercle.

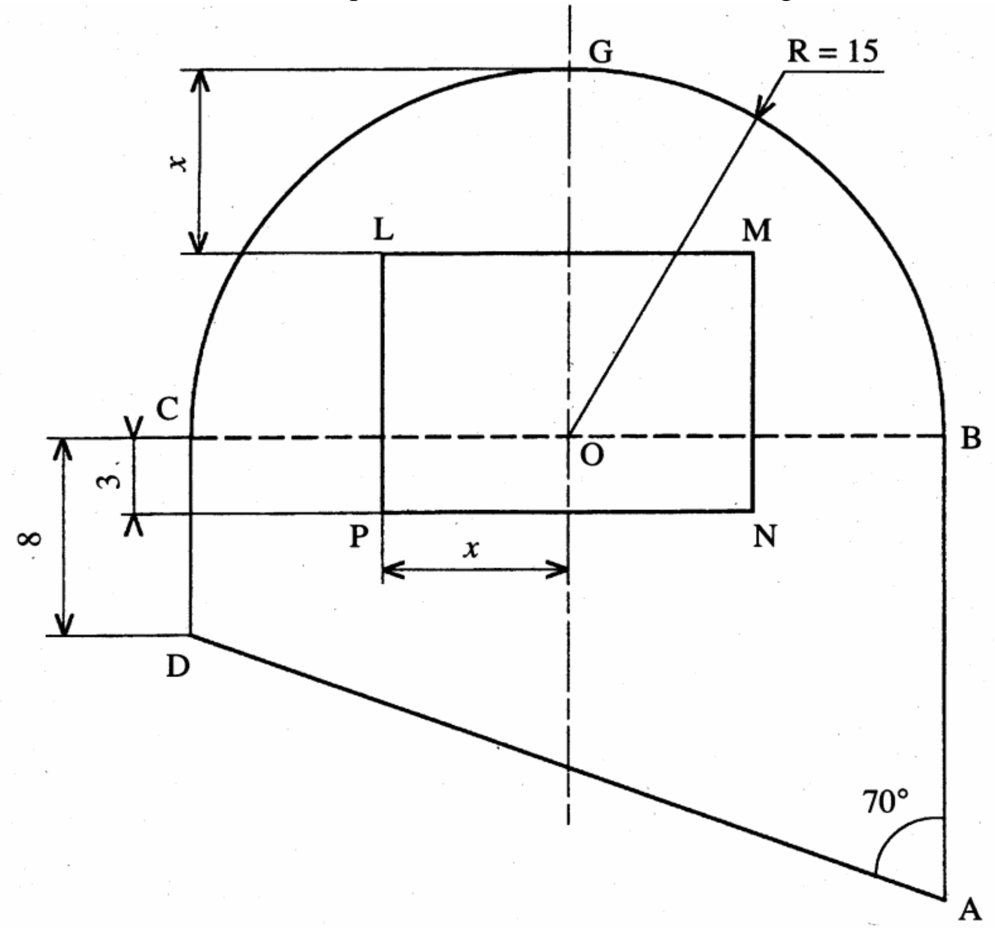
1) Calculer la longueur *BC*.

2) Dans le triangle *ADH* rectangle en *H*, calculer *AH* arrondi à 0,1.

3) En prenant *AH* = 11 m, calculer l'aire du terrain en détaillant la démarche.
Exprimer cette aire en m² arrondie à l'unité.

Partie 2 : Implantation de la piscine

Sur le schéma ci-après, la piscine est représentée par le rectangle: *LMNP*.
La zone située autour de la piscine sera recouverte d'un dallage.



La droite (*OG*) est axe de symétrie du rectangle *LMNP*

1) a) Exprimer *NP* en fonction de x.

b) Exprimer *LP* en fonction de x.

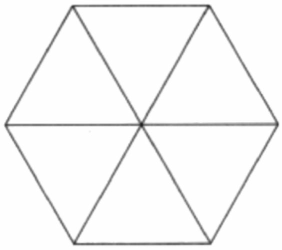
c) En utilisant les questions a et b, montrer que l'expression de l'aire du rectangle *LMNP* en fonction de x est: $-2x^2 + 36x$.

2) En supposant que l'aire totale du terrain vaut 758 m² montrer que l'expression de l'aire du dallage est : $2x^2 - 36x + 758$.

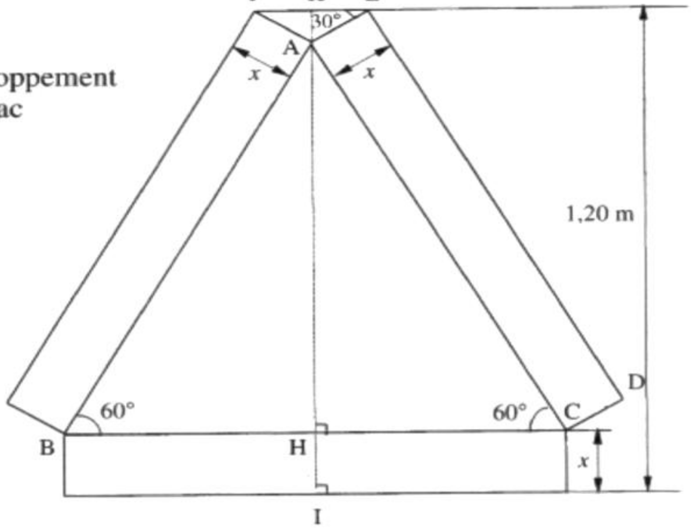
(*D'après sujet de Bac Pro Construction, bâtiment et gros œuvre Session juin 2002*)

Exercice 5

Un présentoir rotatif hexagonal (voir figure ci-dessous) comporte six bacs amovibles, identiques, en tôle d'acier. Chaque bac a une base triangulaire.



La figure ci-après représente le développement d'un bac à l'échelle $\frac{1}{20}$



Ce bac est formé d'un triangle équilatéral *ABC*, bordé par trois rectangles identiques.
La profondeur d'un bac est x = 0,15 m.
Dans tout le problème, les longueurs sont à calculer en mètres.

1) Calculer *KA*.

2) Déduire *AH*.

3) Calculer *AC*. Le résultat est arrondi au centimètre.

4) a) Calculer l'aire *A* du triangle équilatéral *ABC*. Le résultat est arrondi à 0,01 m².

b) Déduire la contenance *V* d'un bac. Le résultat est arrondi au litre.

5) a) Montrer que l'aire totale A_t de la surface développée d'un bac (triangle équilatéral et trois rectangles) est A_t = 1,06 m². Les résultats sont arrondis à 0,01 m².

b) Sachant que la tôle a pour épaisseur 1 mm, calculer le volume de tôle nécessaire à la fabrication d'un bac. Arrondir le résultat à 0,001 m^3.

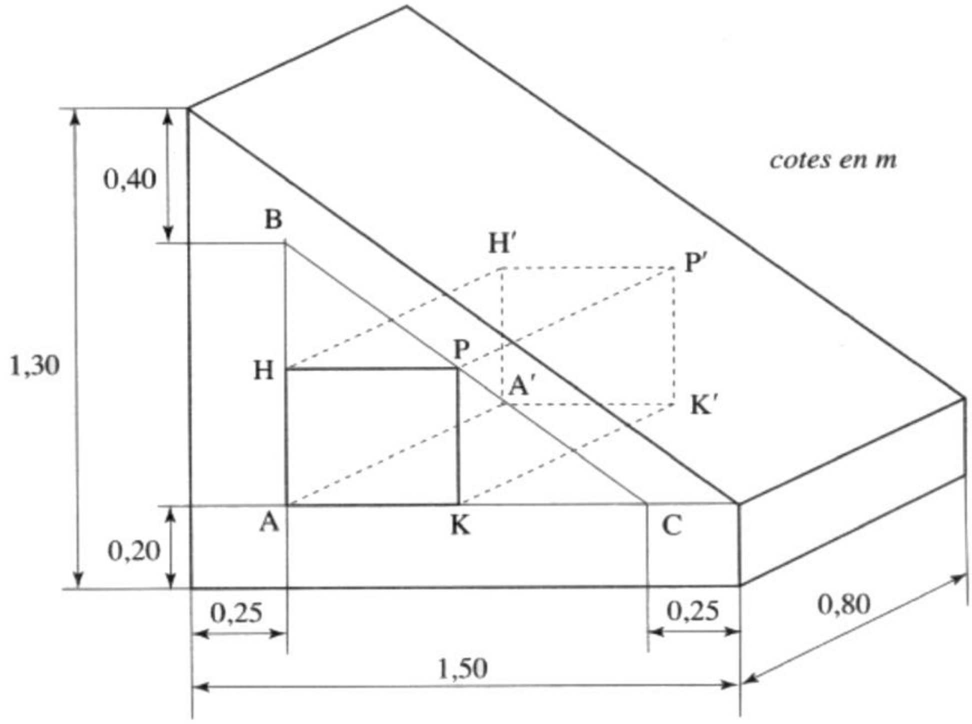
c) Sachant que la masse volumique de l'acier est ρ = 7 800 kg/m^3 calculer la masse d'un bac. Le résultat est arrondi à 0,1 kg.

(*D'après sujet de Bac Pro ROCSM Session 2001*)

Exercice 6

On veut ménager dans un bloc de béton une réservation en forme de parallélépipède rectangle *HPKAH'P'K'A'*.

Le point *P* est un point du segment [*BC*]. On pose $HP = x$.



1) Calculer le volume du bloc de béton sans réservation.

2) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ arrondie au degré.

3) Montrer que $BH = 0{,}7x$.

4) Exprimer *AH* en fonction de *x*.

5) Exprimer l'aire *HPKA* en fonction de *x* et en déduire le volume de la réservation

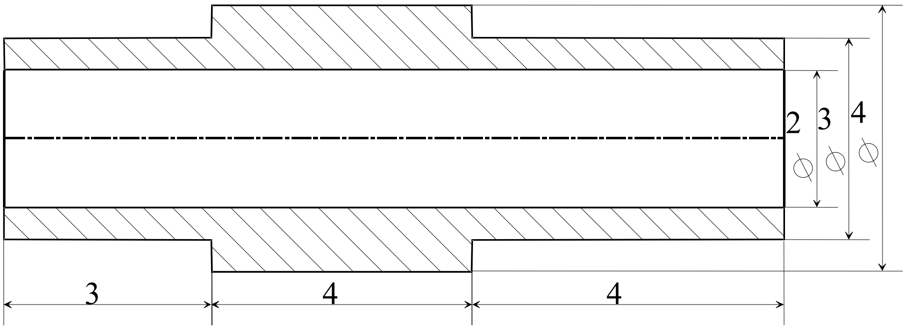
6) Montrer que le volume *V* du bloc de béton en fonction de *x* est : $V = 0{,}56x^2 - 0{,}56x + 0{,}9$

7) Calculer en m^3 le volume du bloc de béton pour $x = 0$, $x = 0{,}25$ m et $x = 1$ m.

(*D'après sujet de Bac Pro Travaux Publics Session septembre 2001*)

Exercice 7

L'opération de maintenance nécessite l'usinage d'un nouvel arbre de sortie de la machine détoureuse. Le schéma ci-après indique ce qu'il faut obtenir après usinage.



1) Avant usinage, on a un cylindre creux en acier:

- son diamètre extérieur est de 42 mm,
- son diamètre intérieur est de 21 mm,
- sa longueur est de 120 mm.

Calculer le volume d'acier V_1 de la pièce avant usinage en prenant $\pi = 3{,}14159$.
Donner le résultat arrondi au mm^3.

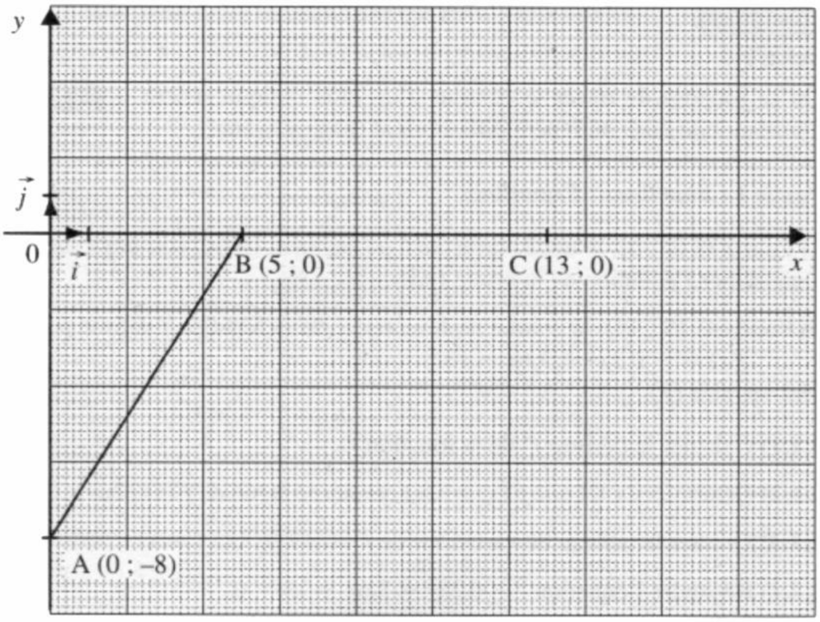
2) Calculer le volume d'acier V_2 de la pièce après usinage en prenant $\pi = 3{,}14159$
Donner le résultat arrondi au mm^3.

3) Calculer la masse m de la pièce usinée sachant que la masse volumique de l'acier est $\rho = 7600 \text{ kg/m}^3$. Donner le résultat arrondi au gramme. On rappelle $\rho = \dfrac{m}{V}$

(*D'après sujet de Bac Pro MSMA Session 2000*)

Exercice 8

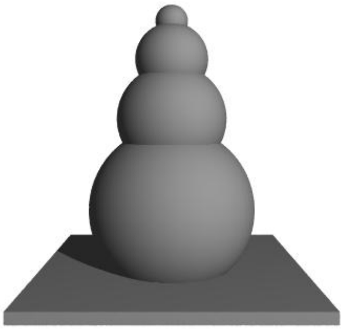
Construire: - la médiatrice (Δ) du segment [*BC*],
- le point *D* symétrique de *A* par rapport à (Δ),
- les segments [*CD*] et [*AD*].



(*D'après sujet de Bac Pro Carrosserie Session 1999*)

Exercice 9

Pour agrémenter une place publique, on veut réaliser une fontaine constituée d'un empilement de quatre éléments sphériques en pierre de Comblanchien.
Pour réaliser la fontaine, la mairie, en accord avec le maître d'œuvre, a choisi une pierre de Bourgogne : le Comblanchien.
La fontaine est traversée en son centre par un tube en acier d'où jaillit l'eau.
La fontaine est posée sur une dalle de granit bleu de Lanhelin



Données :

La base inférieure B_1 du 1[er] élément sphérique de rayon R_1 est un disque de centre O et de diamètre AA'.

$R_1 = 0{,}81$ m ; $R_2 = 0{,}54$ m ; $R_4 = 0{,}24$ m ;

$AA' = \frac{4}{3} R_1$; $EF = \frac{2}{3}$ CE ; $FG = \frac{4}{9}$ CE ;

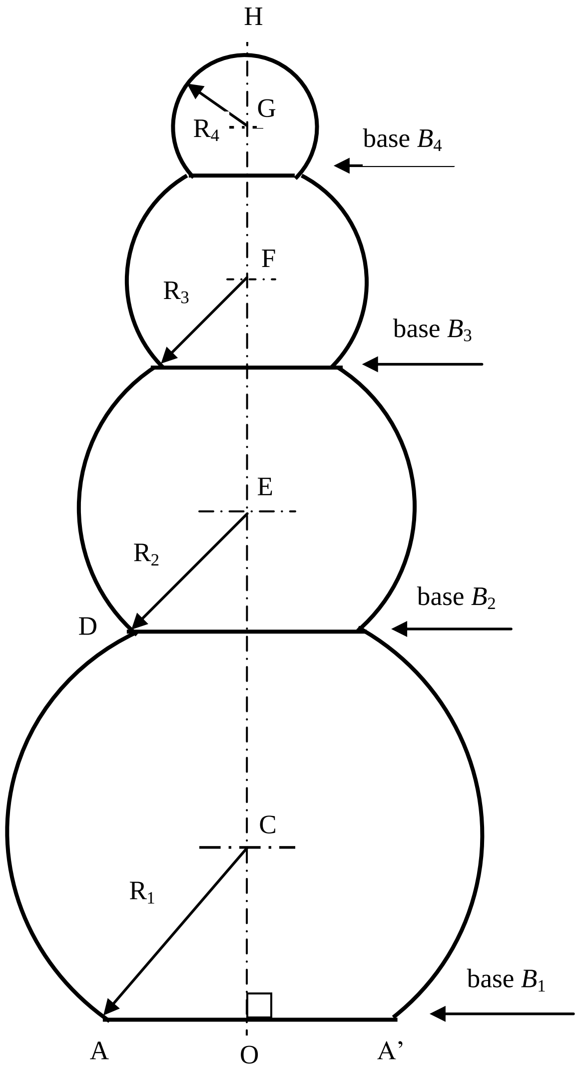
$\widehat{CDE} = 112°$

1) Calculer, en mètre, la longueur du rayon OA.

2) Calculer, en mètre, la longueur OC. Arrondir le résultat au centième.

3) Calculer, en mètre, la longueur CE. Arrondir le résultat au centième.

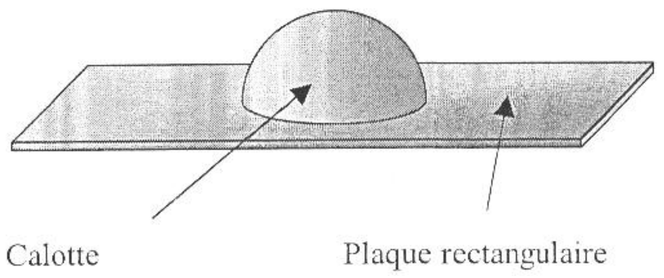
4) Calculer, en mètre, les longueurs EF et FG en prenant CE = 1,13 m
Arrondir chaque valeur au centième.
5) Calculer, en mètre, la hauteur totale OH de la fontaine.



(*D'après sujet de Bac Pro Artisanat et Métiers d'Art Session juin 2008*)

Exercice 11

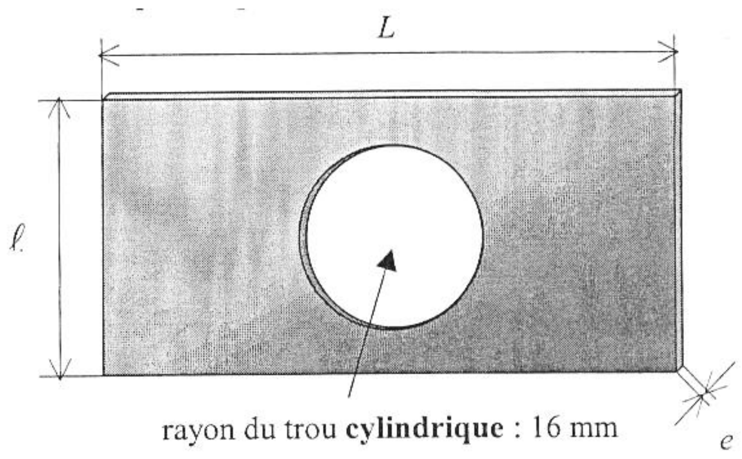
Une entreprise de plasturgie fabrique, par moulage, des pièces pour l'industrie automobile à partir d'un composé appelé SBS (Styrène-Butadiène-Styrène)
Les pièces produites ont une forme assimilable à une plaque rectangulaire trouée en son centre et accolée à une calotte.



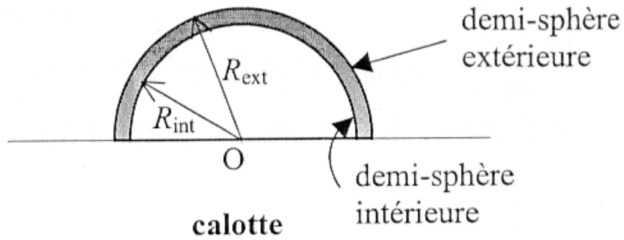
1) La plaque rectangulaire trouée est représentée ci-contre. Calculer, en mm^3, le volume V_1 de cette plaque trouée. Arrondir le résultat à l'unité.

On donne :

L = 100 mm
ℓ = 48 mm
e = 1 mm



2) On s'intéresse à la calotte, dont le schéma en coupe est donné ci-contre :



2) a) Calculer, en mm^3, le volume V_2 de la demi-sphère extérieure de rayon R_{ext} = 16 mm. Arrondir le résultat à l'unité.

2) b) On donne le volume V_3 = 7 069 mm^3 de la demi-sphère intérieure de rayon R_{int} = 15 mm. En déduire, en mm^3, le volume V_4 de la calotte. Arrondir le résultat à l'unité.

3) En déduire, en mm^3, le volume total V de la pièce.

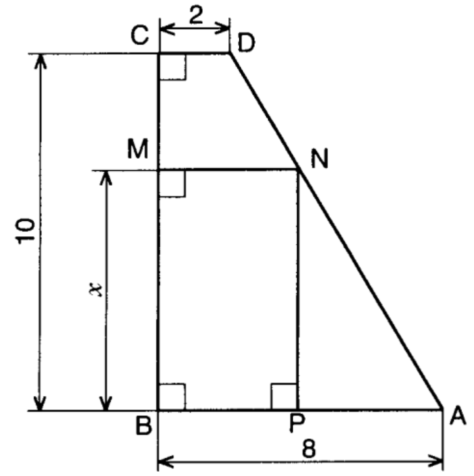
4) La masse volumique du SBS est 900 kg/m^3. On considère que le volume de chaque pièce est 5 500 mm^3. Calculer, en g, la masse d'une pièce. Arrondir le résultat à l'unité.

(*D'après sujet de Bac Pro Plasturgie Session juin 2008*)

Exercice 11

On veut carreler une terrasse ayant la forme d'un trapèze ABCD rectangle en B et C.

1) Calcul du volume de la dalle de béton.



DESCRIPTIF :

La mesure, en m, de AB est égale à 8.

La mesure, en m, de BC est égale à 10.

La mesure, en m, de CD est égale à 2.

M est un point de segment [BC] et la mesure, en m, de BM est égale à *x*.

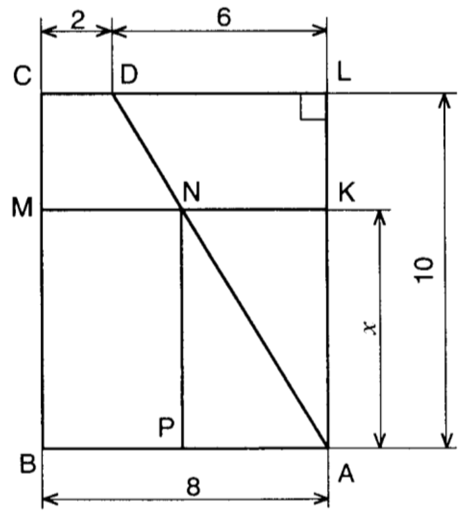
Calculer le volume de béton nécessaire pour réaliser une dalle de 8 cm d'épaisseur.

2) Étude de la mosaïque en carrelage

On veut réaliser une mosaïque en carrelage dans le rectangle MNPB.
La question posée est de savoir quelle est la valeur qu'il faut prendre pour la cote x de sorte que le rectangle MNPB ait l'aire la plus grande possible.

On considère la figure suivante où :

- le point L est le projeté orthogonal du point A sur la droite (CD) ;
- le point K est le point d'intersection des droites (MN) et (AL).



a) En utilisant le théorème de Thalès appliqué au triangle ADL, montrer que la mesure, en m, de NK est égale à $\frac{3x}{5}$. En déduire, en fonction de x, l'aire , en m^2, du rectangle NKAP.

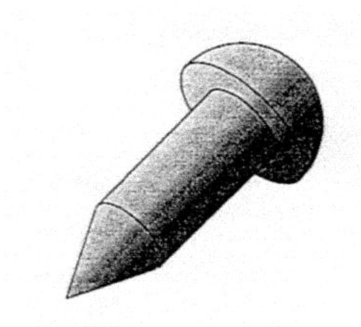
b) Exprimer, en fonction de x, l'aire, en m^2, du rectangle MKAB.
En déduire que l'aire du rectangle MNPB, exprimée en m^2, est égale à $8x - \frac{3}{5}x^2$.

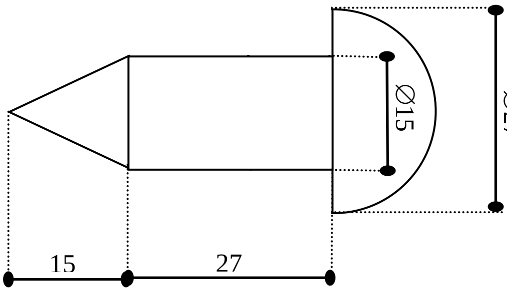
(*D'après sujet de Bac Pro CBGO Antilles-Guyane Session juin 2000*)

Exercice 12

Une entreprise d'injection fabrique les rivets en polyamide ci-dessous destinés au marché du bricolage.

Les cotes sont données en mm





Les rivets fabriqués par l'entreprise sont constitués d'un cône, d'un cylindre et d'une demi-sphère.

1) a) Calculer, en mm^3, le volume du cône constituant le pied du rivet. Arrondir le résultat à l'unité.

b) Calculer, en mm^3, le volume du cylindre. Arrondir le résultat à l'unité.

c) Calculer, en mm^3, le volume de la demi-sphère constituant la tête du rivet. Arrondir le résultat à l'unité.

d) En déduire le volume total, en mm^3, d'un rivet.

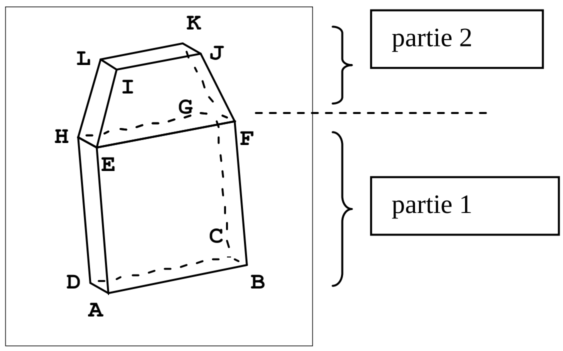
2) La masse volumique du polyamide utilisé pour fabriquer ces rivets est 1,140 g/cm^3. Calculer, en g, la masse d'un rivet dont le volume est 10 800 mm^3. Arrondir le résultat au dixième.

(*D'après sujet de Bac Pro Plasturgie Session juin 2009*)

Exercice 13

Dans le corps d'un fer à repasser "nouveau modèle", est inséré un réservoir d'eau (représenté ci-dessous). Celui-ci est formé de deux parties : partie 1 et partie 2.

1) Calculer le volume V_1 de la partie 1 du réservoir en cm^3 .
On donne AB = 12 cm ; AD = 3 cm ; AE = 8,75 cm



2) Calculer l'aire du trapèze EFJI en cm^2 .
On donne EF = 12 cm ; IJ = 2 cm ;
la hauteur du trapèze est égale à 4 cm.

3) En déduire le volume V_2 de la partie 2 en cm^3 .
On donne EH = IL = JK = FG = 3 cm.

4) Calculer le volume total V du réservoir en cm^3.

(*D'après sujet de Bac Pro MAEMC Session juin 2005*)