EXERCICES SUR LES ÉQUATIONS ET SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU 1er DEGRÉ

Exercice 1

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} y = -\dfrac{3}{x} \\ y = -x - 2 \end{cases}$$

(*D'après sujet de Bac Pro Productique Session 1989*)

Exercice 2

Dans un repère cartésien, on donne les points : $I(-2\ ;0)$, $M(0\ ;3)$ et $K(2\ ;0)$

La parabole (P) d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points I, M et K.

1) Montrer que $c = 3$.

2) Déterminer les nombres a et b. En déduire l'équation de la parabole.

(*D'après sujet de Bac Pro Structures métalliques Session 1994*)

Exercice 3

Soit $P(x)$ le polynôme de la variable x définie par :

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$$

1) Calculer $P(1)$.

2) Déterminer les réels, a, b, c tels que pour tout réel x on ait :

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

3) Vérifier que $P(x)$ peut s'écrire :

$$P(x) = (x-1)(2x+1)(x-2).$$

4) Résoudre l'équation d'inconnue réelle x : $P(x) = 0$.

(*D'après sujet de Bac Pro Maintenance des réseaux bureautique télématique*)

Exercice 4

Une parabole $\wp$ d'équation : $y = ax^2 + bx + c$ passe par les points :

$$A(-2{,}5\ ;0),\ B(2{,}5\ ;0)\ \text{et}\ C(0\ ;4)$$

1) Ecrire que la courbe passe par le point C. En déduire c.

2) Calculer les nombres a et b.

(*D'après sujet de Bac Pro métiers d'art Session 1994*)

Exercice 5

La fonction f définie sur $[-2\,;+2]$ par : $f(x) = ax^3 + px + q$ est représentée par une courbe $\mathcal{C}$ passant par les points : $A(-2\,;0)$; $E(-1\,;4)$; $B(0\,;2)$ et $F(1\,;0)$

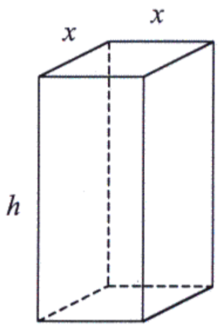
1) Calculer les nombres p et q.

2) La donnée des quatre points est-elle nécessaire ?

(*D'après sujet de Bac Pro I.I.G. Session 1994*)

Exercice 6

Une entreprise fabrique des cuves en tôle de forme parallélépipédique dont deux faces parallèles sont des carrés.
Sur la figure ci-dessous, les longueurs x et h sont exprimées en mètres.



1) *Cas particulier*
Une cuve a pour dimensions $x = 1{,}5$ m et $h = 4$ m.
a) Calculer le volume de la cuve.
b) Calculer l'aire de tôle utilisée pour la fabrication des six faces d'une cuve.

2) *Cas général* (les valeurs de x et de h ne sont pas connues)
a) Exprimer le volume V de la cuve, en m^3, en fonction de x et de h.
b) Justifier que l'aire S de tôle utilisée, en m^2, pour la fabrication des six faces d'une cuve est égale à : $S = 2x^2 + 4xh$.

3) *Prise en compte d'une contrainte*
L'entreprise fabrique une série de cuves de différentes dimensions, mais ayant toutes un volume égal à 8m^3.

a) Exprimer, dans ce cas, h en fonction de x.

b) Montrer que l'aire de tôle utilisée, en m^2, pour la fabrication des six faces d'une telle cuve est

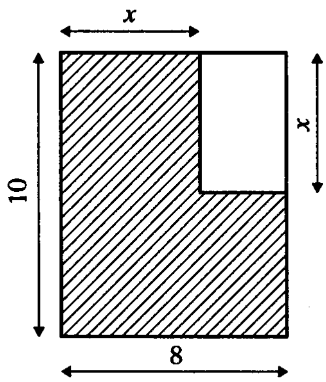
$$S(x) = 2x^2 + \frac{32}{x}.$$

(*D'après Bac Pro sujet de Définition de produits industriels Session 2001*)

Exercice 7

Dans une exposition, un panneau rectangulaire à l'exception d'un petit rectangle, est recouvert d'un matériau spécial.

Dans la figure ci-dessous, la partie hachurée représente la zone où ce matériau doit être déposé. La partie non hachurée est réservée pour du texte.
Les cotes sont exprimées en cm et $0 \leq x \leq 8$.



On appelle A l'aire de la partie hachurée.
1) Cas particulier :
Calculer A pour $x = 3$.

2) Cas général :
Montrer que A est donné par la relation

$$A = x^2 - 8x + 80$$

(*D'après sujet de Bac Pro Artisanat et métiers d'art session Session 1998*)

Exercice 8

L'entreprise fait réaliser un forage dont le prix varie en fonction de la profondeur atteinte.

Profondeur x (en mètres)	Moins de 10 m	De 10 à 35 m	Au-delà de 35 m
Prix en € pour 1 m de forage	35 €	50 €	90 €

1) Calculer le prix P_1 en euros pour une profondeur de 7 mètres.
2) Le Prix P_2 en euros pour une profondeur x comprise entre 10 et 35 m est calculé à partir de la relation :

$$P_2 = 350 + 50(x - 10)$$

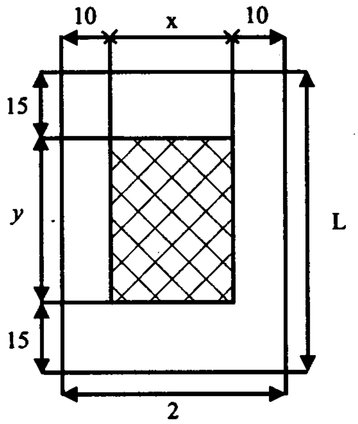
Calculer le prix P_2 en euros pour une profondeur de 28 mètres.

3) Calculer le Prix P_3 en euros pour une profondeur de 58 mètres.

(*D'après sujet de Bac Pro M.S.M.A. Session 1998*)

Exercice 9

On désire imprimer une affiche sur une feuille rectangulaire dont les mesures L et ℓ, en cm, des côtés sont indiquées sur la figure suivante.



La surface à imprimer est hachurée sur la figure. C'est un rectangle dont les mesures, en cm, des côtés sont x et y.
On prévoit "une marge en haut et en bas" de 15 cm et "une marge à gauche et à droite" de 10 cm.
Sachant que l'aire I de la surface doit être 12 000 cm^2, on se propose de déterminer les dimensions x en cm et y en cm à donner à cette surface pour que l'aire $\mathcal{A}$ de la feuille utilisée soit minimale.

1) a) Exprimer L en fonction de y et ℓ en fonction de x.

b) Exprimer, en fonction de x et de y, la mesure $\mathcal{A}$ en cm^2, de l'aire de la feuille utilisée.

c) Sachant, que l'aire I de la surface à imprimer est 12 000 cm^2, exprimer y en fonction de x.

d) Déduire des résultats précédents que la mesure $\mathcal{A}$ en cm^2, de l'aire de la feuille utilisée satisfait à la relation :

$$\mathcal{A} = 12\ 600 + 30x + \frac{240\ 000}{x}$$

(*D'après sujet de Bac Pro Industries graphiques Session 1997*)

Exercice 10

Trouver la valeur de b telle que $(x-5)(3x^2+bx+1)$ soit égal à $3x^3 - 13x^2 - 9x - 5$