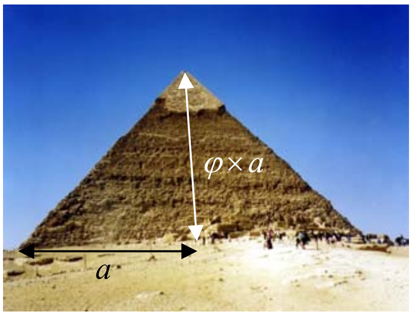
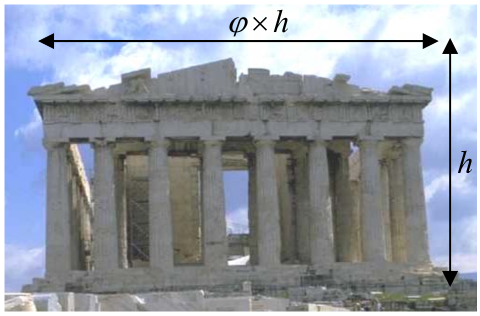
DEVOIR SUR LES ÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

Les civilisations anciennes ont utilisé le Nombre d'Or pour concevoir des monuments aux proportions harmonieuses : la Pyramide de Kheops chez les Égyptiens (vers 2600 avant JC), le Parthénon de l'acropole à Athènes chez les Grecs (entre 447 et 432 avant JC), en sont l'illustration.





L'apparition du nombre d'or remonte à l'antiquité. Ayant appris à diviser un cercle en 5 ou en 10, les hommes en vinrent au pentagone et au décagone, et dès lors ils avaient sous les yeux le nombre d'or.
Ce sont aux Grecs que l'on doit une science de la géométrie, mais c'est à Euclide (mathématicien grec III$^{\text{ème}}$ siècle av. JC) que l'on est redevable d'un véritable traité écrit. Il ne prend pas la peine de désigner le nombre par un nom particulier comme on le fera ultérieurement par « le Nombre d'Or ».

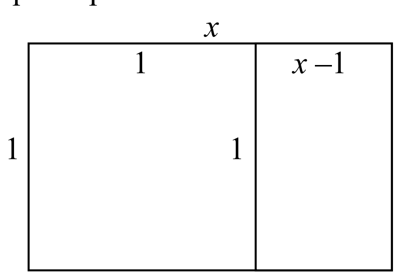
C'est en 1225 que Fibonacci énonça la valeur du nombre d'Or : 1,618 et c'est à cette mesure que l'on s'arrête habituellement. Le portail royal de la cathédrale de Chartres en est un bel exemple.


Portail de la cathédrale de Chartres

Ce nombre revient à la mode à la Renaissance. En 1509, Luca Pacioli publie un ouvrage intitulé Divina Proportione (divines proportions), illustré par Léonard de Vinci (peintre, sculpteur, savant 1452-1519).
L'époque contemporaine fait une large place au nombre d'Or, en particulier par l'architecte Le Corbusier (1887-1965) et le peintre catalan Salvador Dali (1904-1989).

Luca Pacioli et le duc Guidobaldo de Jacopo de Barbari

Depuis l'antiquité, les artistes, comme les géomètres, ont remarqué qu'il existe un rectangle de largeur 1 et de longueur x tel que, si on lui retire un carré de coté 1, le rectangle restant possède les mêmes proportions que le premier.



Comme le rectangle restant a pour largeur $x - 1$ et pour longueur 1, l'égalité des proportions du grand et du petit rectangle s'écrit :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{1}{x}$$

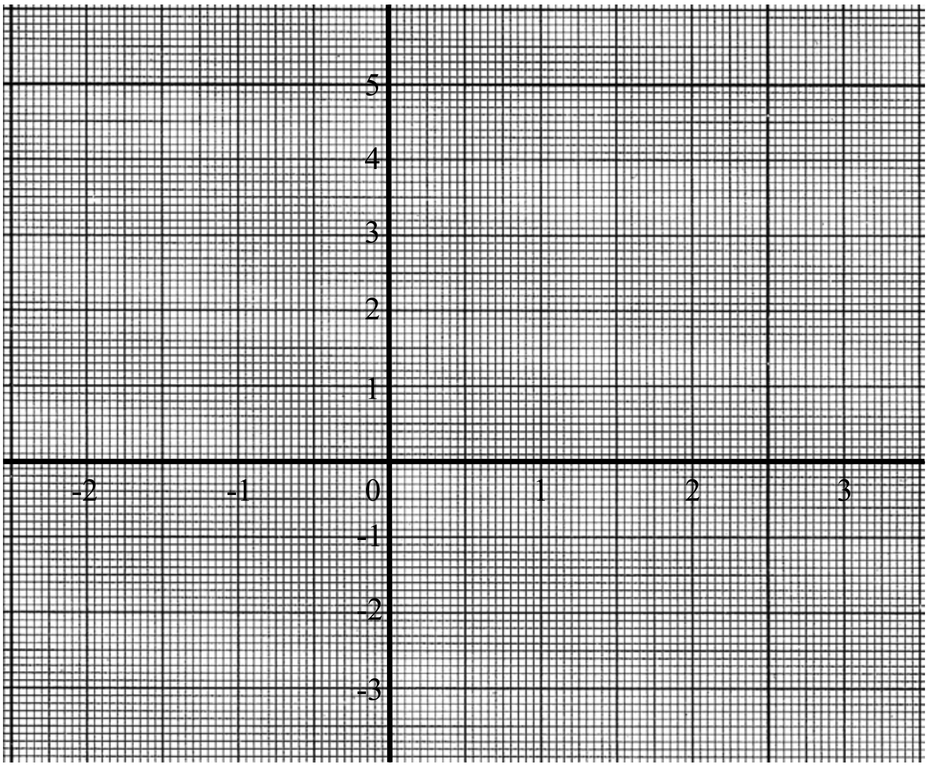
1) Montrer que l'égalité précédente est équivalente à $x^2 - x - 1 = 0$

2) Soit la fonction f définie sur [-2 ; 3] telle que : $f(x) = x^2 - x - 1$

a) Complétez le tableau de valeurs suivant :

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	3
$f(x)$									

b) Tracer C, la courbe représentative de la fonction f. Quel nom donne-t-on à cette courbe ?



3) Résoudre graphiquement l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$.

4) Résoudre par le calcul l'équation : $x^2 - x - 1 = 0$. (Donner les valeurs exactes).

5) Donner les valeurs approchées des deux solutions obtenues par le calcul et comparer ces valeurs avec celles obtenues à l'aide du graphique.

Le Nombre d'Or est la solution positive de cette équation. On le note avec la lettre φ (la lettre grecque phi en hommage au sculpteur grec Phidias). Ce nombre d'Or possède différentes propriétés mathématiques.

6) En reprenant la valeur exacte de φ :

a) Calculer φ^2 et $\varphi + 1$. Que remarque-t-on ?

b) Même question avec $\dfrac{1}{\varphi}$ et $\varphi - 1$.