ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU SECOND DEGRÉ

I) Étude de quelques cas simples

▪ $3x^2 + 12x = 0$ peut s'écrire sous la forme : $x(3x + 12) = 0$ soit $x = 0$ ou $x = -4$

▪ $2x^2 + 1 = 0$ peut s'écrire sous la forme : $x^2 = \frac{-1}{2}$ soit $S = \varnothing$

▪ $16x^2 - 1 = 0$ peut s'écrire sous la forme : $x^2 = \frac{1}{16}$ soit $x = \frac{-1}{4}$ ou $x = \frac{1}{4}$

▪ $x^2 + 2x + 1 = 0$ peut s'écrire sous la forme : $(x + 1)^2 = 0$ soit $x = -1$

II) Étude de l'équation du 2nd degré

Pour résoudre l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$), on calcule l'expression $b^2 - 4ac$ notée Δ et appelé discriminant de l'équation.

Si $\Delta < 0$, alors il n'y a pas de solutions

Si $\Delta = 0$, alors il y a une racine double : $\frac{-b}{2a}$

Si $\Delta > 0$, alors il y a deux racines : $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

III) Factorisation du trinôme du 2nd degré

On considère le trinôme du second degré $P(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) et son discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$.

Si $\Delta = 0$, alors $P(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$

Si $\Delta > 0$, alors $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$

IV) Résolution d'une inéquation du 2nd degré

Une inéquation du second degré se présente sous la forme $ax^2 + bx + c > 0$

$<$

$\leq$

$\geq$

Pour résoudre ce type d'inéquation :

▪ On recherche le discriminant.

▪ On recherche x_1 et x_2.

▪ On écrit $P(x) = ax^2 + bx + c$ sous la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$.

▪ On fait un tableau de signe.