



CONTRÔLE SUR LES FONCTIONS DÉRIVÉES

Une entreprise est sollicitée pour réaliser l'aménagement de deux salles destinées à accueillir un salon « *Mathématiques en fête* ».

L'entreprise est aussi chargée de réaliser des stands dans une deuxième salle rectangulaire de longueur 60 m et de largeur 15 m. La hauteur sous plafond est de 4 m.

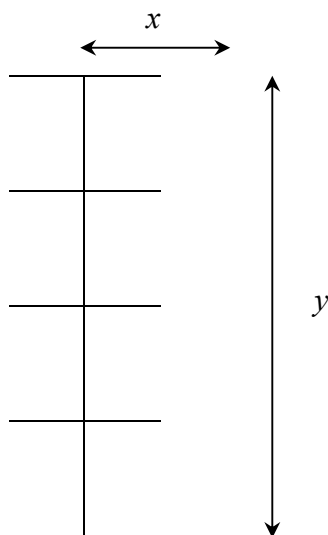
Les contraintes sont les suivantes :

- Il faut réaliser huit stands identiques en posant une cloison centrale de longueur y et cinq cloisons latérales chacune de longueur x . L'épaisseur des cloisons est considérée comme négligeable.

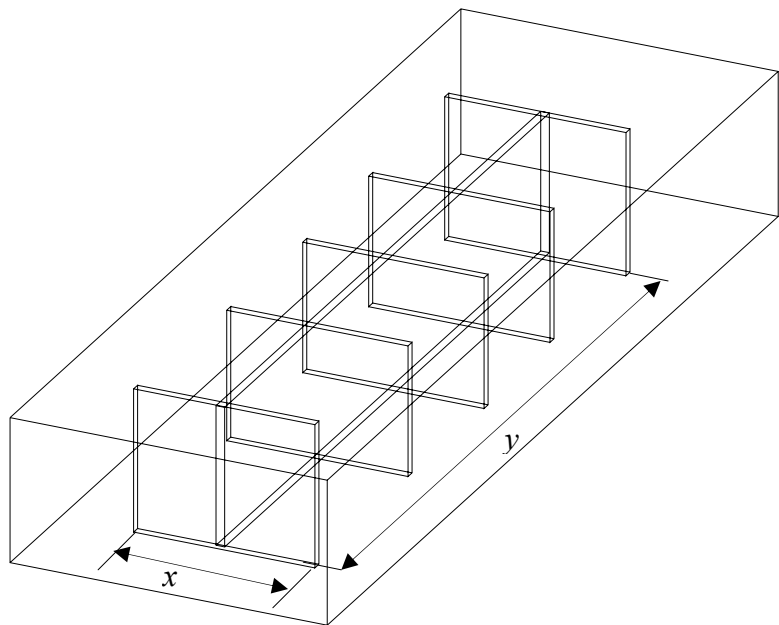
Les cloisons séparant les stands doivent atteindre le plafond.

- La réalisation doit se faire en utilisant exactement 400 m^2 de cloisons.
- Le volume total des stands doit être le plus grand possible.

Vue de dessus



Vue en perspective



Mise en situation

- 1) Montrer que l'aire totale A des cloisons latérales est $A = 20x$.
- 2) Calculer en fonction de x et de y l'aire totale de cloisons à utiliser. Vérifier alors que l'on doit avoir (d'après les contraintes) : $4y = 400 - 20x$.
- 3) Exprimer en fonction de x le volume total $V(x)$ des huit stands.

Etude de fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 15]$ par $f(x) = -20x^2 + 400x$.

- 4) Déterminer $f'(x)$ où f' est la dérivée de la fonction f .



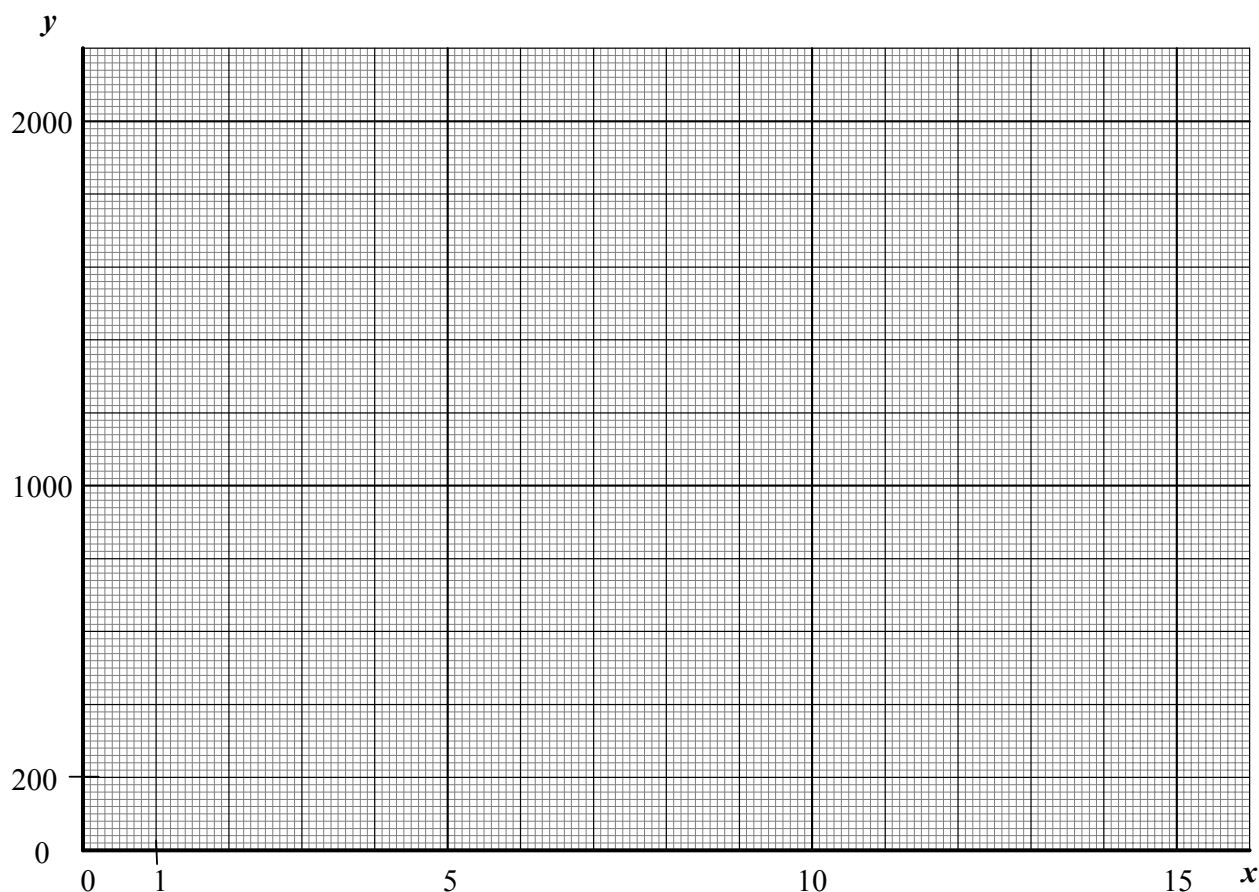
- 5) Résoudre l'équation $f'(x) = 0$ sur $[0 ; 15]$. On note x_0 la solution. Calculer $f(x_0)$.
 6) Compléter le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; 15]$.

x	0	15
Signe de $f'(x)$		
Variation de f		

- 7) Compléter le tableau de valeurs.

x	0	3	6	9	10	15
$f(x)$						1 500

- 8) Représenter graphiquement cette fonction en utilisant le repère ci-dessous.



Exploitation

- 9) On admet que $V(x) = f(x)$. Déterminer la largeur $\frac{x}{2}$ d'un stand pour laquelle le volume occupé par les huit stands est maximal.

- 10) Calculer alors la valeur de la longueur y correspondante. Cette implantation des stands est-elle compatible avec les dimensions de la salle ?

(D'après sujet de Bac Pro Aménagement et finition Session 2004)