



LES SÉRIES CHRONOLOGIQUES

I) Exemples de séries chronologiques

Définition

On appelle série chronologique est une série statistique à deux variables dont l'une, le temps, est reporté sur l'axe des abscisses.

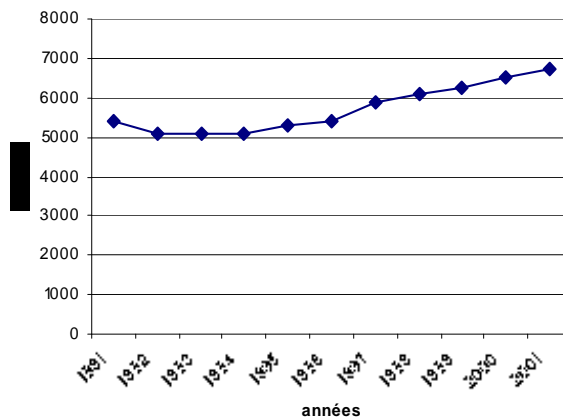
Suivant la nature du problème étudié le temps peut être exprimé en jours, en mois, trimestres ou années.

Exemple 1 :

Le tableau suivant donne le nombre de visiteurs d'un musée sur 10 ans :

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
entrées	5402	5061	5069	5106	5308	5413	5875	6109	6237	6542	6728

Evolution des entrées entre 1991 et 2001

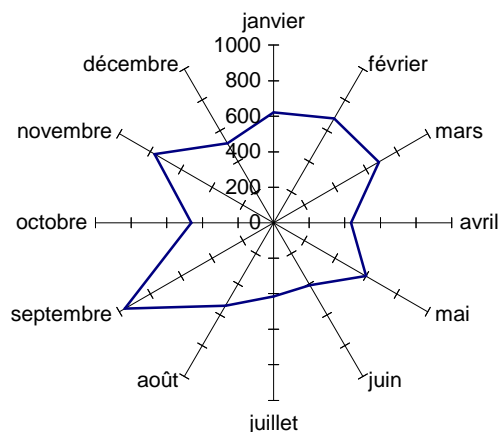


Exemple 2 :

Le tableau suivant donne la consommation d'électricité (en kWh) d'un pavillon individuel sur une année :

J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
621	678	683	435	600	405	414	538	964	461	772	517

Cette consommation est représentée par un diagramme polaire :



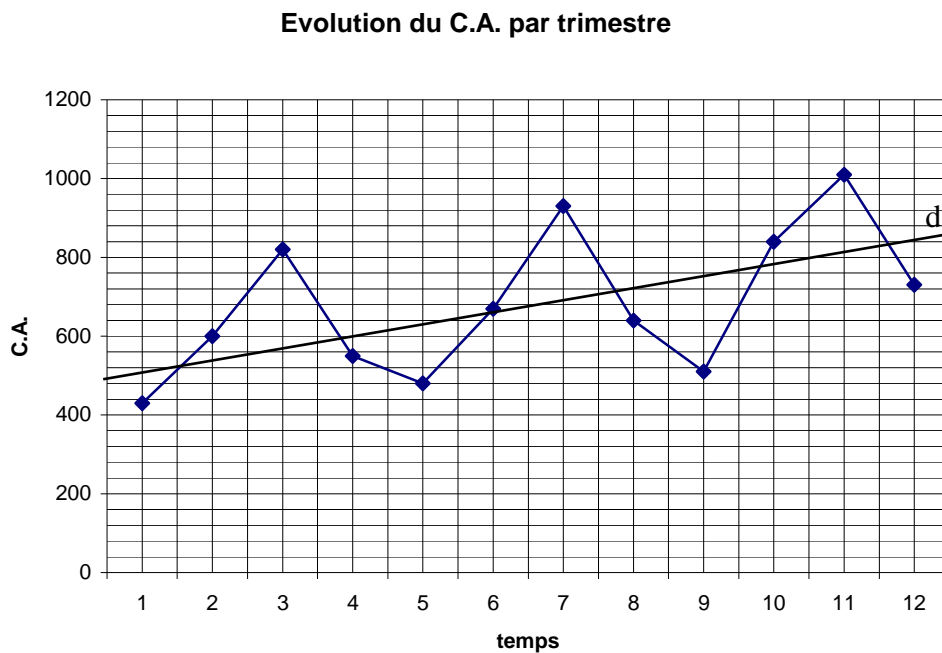


II) Analyse d'une série chronologique

Le tableau ci-contre donne le chiffre d'affaires (en milliers d'euros) d'une PME sur trois années :

	Année 1	Année 2	Année 3
1 ^{er} trimestre	430	480	510
2 ^{ème} trimestre	600	670	840
3 ^{ème} trimestre	820	930	1010
4 ^{ème} trimestre	550	640	730

On représente cette série chronologique dans un repère orthogonal :



On distingue sur le graphique :

- une tendance à l'augmentation du chiffre d'affaires, c'est **la tendance générale à long terme** (appelée aussi le TREND)
- des **variations saisonnières**, le chiffre d'affaires augmente chaque année aux 2^{ème} et 3^{ème} trimestres, il baisse aux 1^{er} et 4^{ème} trimestres.

La tendance générale peut se représenter par une droite d . L'équation de la droite d peut être trouvée par une méthode d'ajustement affine. Ici on a : $C.A. \approx 27 \times t + 510$.

III) Correction des variations saisonnières

Pour tenir compte des variations saisonnières (augmentation chaque année aux 2^{ème} et 3^{ème} trimestres et baisse aux 1^{er} et 4^{ème} trimestres), on va calculer des données qui vont tenir compte de ces variations pour ajuster au plus près les prévisions. L'intérêt est de réduire les irrégularités et de corriger les variations saisonnières. On parle alors de données C.V.S. (corrigées des variations saisonnières).



♦ Méthode du rapport à la tendance

Pour chaque valeur t_0 de la variable de t , nous pouvons calculer le C.A tendanciel $27t_0 + 510$ et le rapport k_{t_0} :

$$k_{t_0} = \frac{\text{C.A. brut}}{\text{C.A. tendanciel}}$$

On rassemble tous ces calculs dans un tableau :

	Année 1			Année 2			Année 3		
	Donnée brute	Donnée tendancielle	K_t	Donnée brute	Donnée tendancielle	K_t	Donnée brute	Donnée tendancielle	K_t
1 ^{er} trimestre	430	537	0,80	480	645	0,74	510	753	0,68
2 ^{ème} trimestre	600	564	1,06	670	672	1,00	840	780	1,08
3 ^{ème} trimestre	820	591	1,39	930	699	1,33	1010	807	1,25
4 ^{ème} trimestre	550	618	0,89	640	726	0,88	730	834	0,88

On appelle coefficient trimestriel la moyenne arithmétique des coefficients k_t relatifs à un même trimestre.

1^{er} trimestre : $C_1 = \frac{0,80 + 0,74 + 0,68}{3} = 0,74$; 2^{ème} trimestre : $C_2 = \frac{1,06 + 1,00 + 1,08}{3} = 1,05$

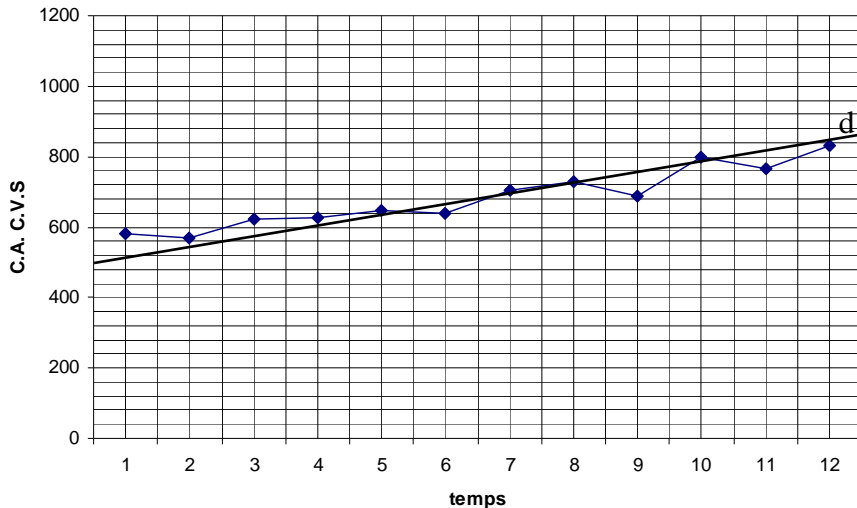
3^{ème} trimestre : $C_3 = \frac{1,39 + 1,33 + 1,25}{3} = 1,32$; 4^{ème} trimestre : $C_4 = \frac{0,89 + 0,88 + 0,88}{3} = 0,88$

	Année 1		Année 2		Année 3	
	C.A brut	C.A. (C.V.S.)	C.A brut	C.A. (C.V.S.)	C.A brut	C.A. (C.V.S.)
1 ^{er} trimestre	430	581	480	649	510	689
2 ^{ème} trimestre	600	571	670	638	840	800
3 ^{ème} trimestre	820	621	930	705	1010	765
4 ^{ème} trimestre	550	625	640	727	730	830

$$C_i = \frac{\text{Donnée CVS} - \text{Donnée brute}}{\text{Donnée brute}}$$

On représente graphiquement, dans le même repère orthogonal, la droite de tendance générale d et le C.A (C.V.S.).

Evolution du C.A. C.V.S





♦ Méthode de la moyenne échelonnée

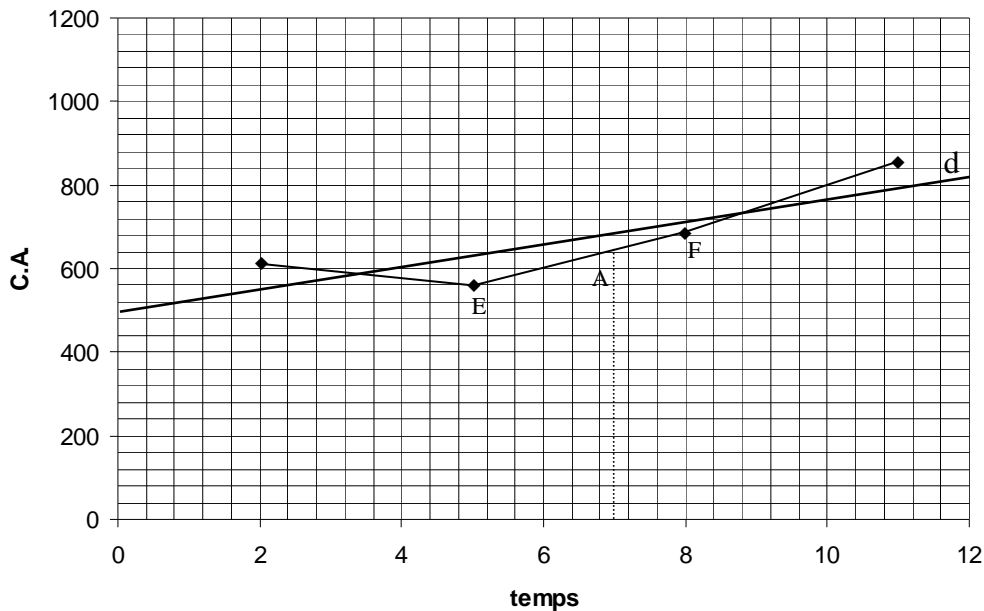
On remplace le nuage de 12 points représentant les données brutes par 4 groupes de 3 points d'abscisses consécutives et chaque groupe sera représenté par son point moyen.

On obtient le tableau suivant :

	2 ^{ème} trimestre de la 1 ^{ère} année	1 ^{er} trimestre de la 2 ^{ème} année	4 ^{ème} trimestre de la 2 ^{ème} année	3 ^{ème} trimestre de la 4 ^{ème} année
Abscisse	2	5	8	11
Ordonnée	617	567	693	860

On représente graphiquement, dans le même repère orthogonal, la droite de tendance générale d et le polygone des points moyens.

Evolution du C.A.



Calculons par cette méthode le C.A. C.V.S. du 3^{ème} trimestre 1994 ($t = 7$). C'est l'ordonnée du point A sur le polygone. Nous lisons environ 650 milliers d'euros.

Le calcul pour l'équation de la droite (EF) donne :

$$\text{C.A.} = 42t + 357, \text{ donc si } t = 7, \text{ alors C.A.} = 651.$$

Cette méthode présente certains inconvénients :

- Elle conduit à une perte d'information ;
- Il y a perte totale de l'information aux deux extrémités de la période d'observation.



♦ Méthode de la moyenne mobile

Nous allons remplacer chaque C.A. brut trimestriel (à partir du 2^{ème} trimestre de la 1^{ère} année) par une moyenne pondérée des C.A. du trimestre considéré et des deux trimestres qui l'encadrent. Ici, nous prendrons la moyenne arithmétique.

Le C.A. C.V.S. du 2^{ème} trimestre de la 1^{ère} année sera :

$$\frac{430 + 600 + 820}{3} \approx 617$$

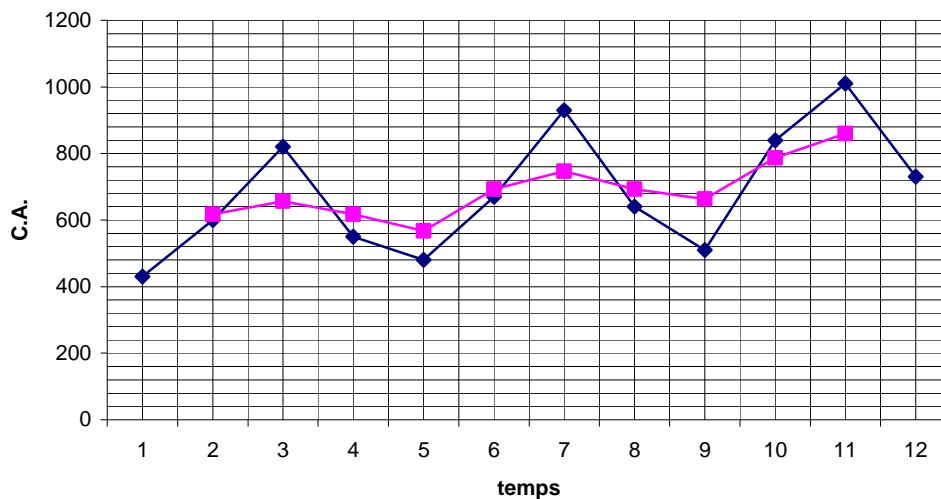
Cette méthode est appelée la méthode MM3 : la moyenne mobile sur trois périodes consécutives.

Ci-après le tableau des C.A. C.V.S. obtenus par cette méthode :

	Année 1		Année 2		Année 3	
	C.A brut	C.A. (C.V.S.)	C.A brut	C.A. (C.V.S.)	C.A brut	C.A. (C.V.S.)
1 ^{er} trimestre	430	-	480	567	510	663
2 ^{ème} trimestre	600	617	670	693	840	787
3 ^{ème} trimestre	820	657	930	747	1010	860
4 ^{ème} trimestre	550	617	640	693	730	-

On représente dans le même repère orthogonal, le C.A. brut et le C.A. C.V.S. :

Evolution du C.A.

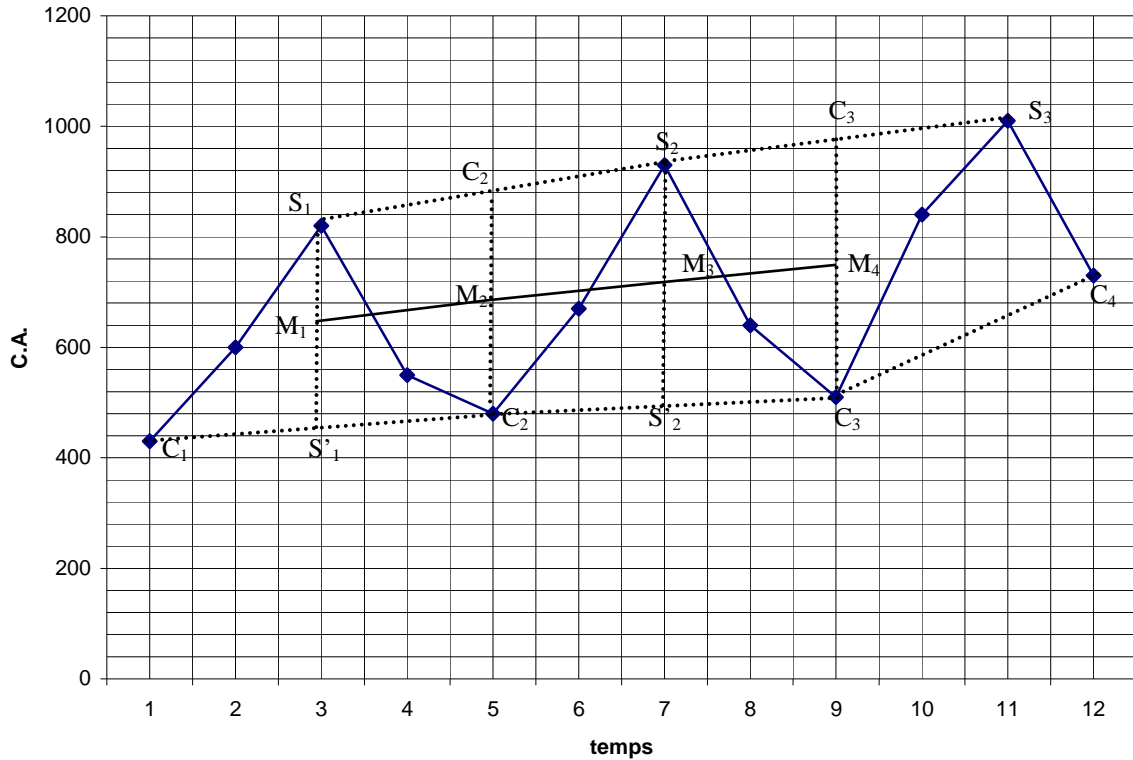




♦ Méthode graphique

Le graphique représentant la série chronologique comporte trois sommets S_1, S_2, S_3 et trois creux C_1, C_2, C_3 .

Evolution du C.A.



On trace par les sommets et les creux des segments, parallèles à l'axe des ordonnées :

$$[S_1 S'_1] ; [C_2 C'_2] ; [S_2 S'_2] ; [C_3 C'_3]$$

Les points M_1, M_2, M_3, M_4 sont les milieux des segments précédents.
La ligne polygonale $M_1 M_2 M_3 M_4$ donne la tendance C.V.S.

$$\text{L'ordonnée de } M_1 \text{ est : } \frac{1}{2} \left(820 + \frac{1}{2} (430 + 480) \right) = 637,5$$

$$\text{L'ordonnée de } M_2 \text{ est : } \frac{1}{2} \left(480 + \frac{1}{2} (820 + 930) \right) = 677,5$$

$$\text{Le C.A. C.V.S. du 4}^{\text{ème}} \text{ trimestre est donc : } \frac{1}{2} (637,5 + 677,5) = 657,5$$

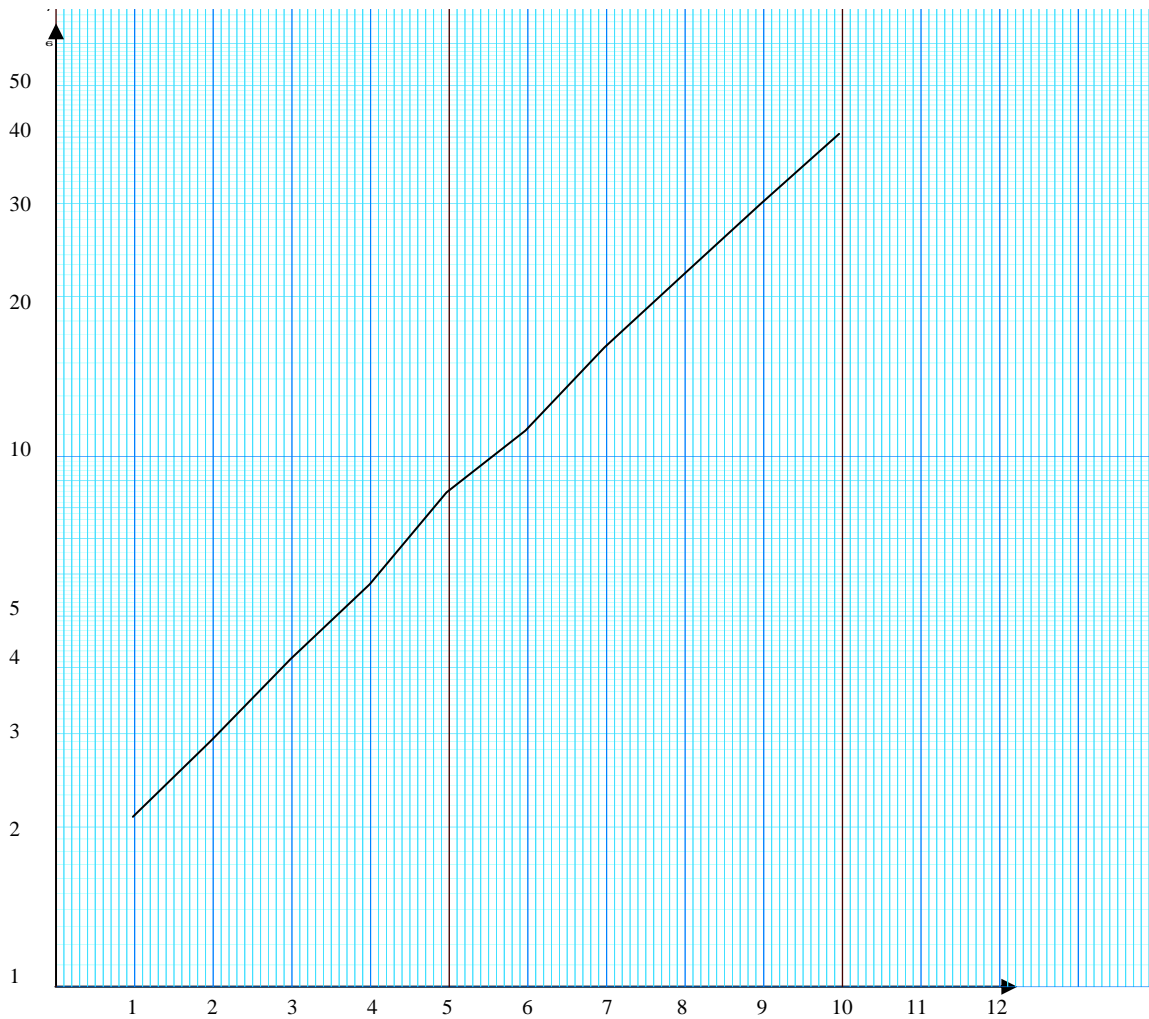


IV) Utilisation d'échelles logarithmiques

Le chiffre d'affaire d'une entreprise est donné par le tableau suivant :

Année	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
C.A. (en M€)	2,1	2,9	4,2	5,8	8,5	11,1	16	22	30	41

Nous allons représenter graphiquement cette série chronologique sur un papier semi-logarithmique à deux modules. On associe à l'année 1992 le rang 1.



Les points sont sensiblement alignés. Nous allons donc chercher un ajustement affine entre t et $\log C.A.$

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C.A.	2,1	2,9	4,2	5,8	8,5	11,1	16	22	30	41
Log C.A.	0,322	0,462	0,623	0,763	0,929	1,045	1,204	1,342	1,477	1,613

La méthode des moindres carrés nous donne :
 $\log C.A. = 0,186 + 0,144 \times t$
 $C.A. = 10^{0,186} \times 10^{0,144t}$
 $C.A. = 1,535 \times (10^{0,144})^t$
 $C.A. = 1,535 \times 1,393^t$