



# LES FONCTIONS NUMÉRIQUES USUELLES

## 1) Généralités

### 1) Définition

Soit  $I$  un intervalle de  $\mathbb{R}$ , une fonction est une relation qui associe à tout élément  $x$  de  $I$ , un nombre réel  $f(x)$  au plus.

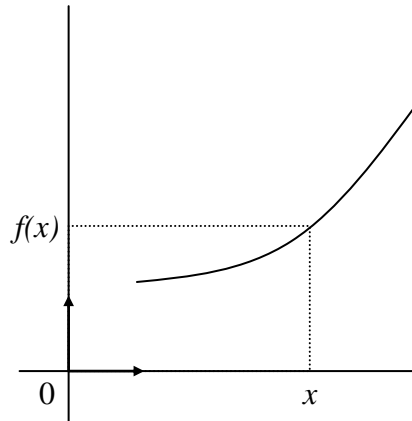
$$\begin{aligned} f: I &\mapsto \mathbb{R} \\ x &\mapsto f(x) \end{aligned}$$

$x$  est la variable et  $f(x)$  est l'image de  $x$ . On note  $y = f(x)$ . L'ensemble des éléments de  $I$  ayant une image est appelé ensemble de définition, noté  $E$ .

### 2) Représentation graphique

Dans un plan muni d'un repère, la représentation graphique  $\mathcal{C}$  d'une fonction  $f$  est l'ensemble des points de coordonnées  $(x ; f(x))$ .

$y = f(x)$  est une équation cartésienne de  $\mathcal{C}$ .



### 3) Sens de variation d'une fonction

Si pour tous nombres  $x_1$  et  $x_2$  d'un intervalle  $I = [a ; b]$ , tels que  $x_1 < x_2$  on a :

- $f(x_1) < f(x_2)$ , alors la fonction est croissante sur  $I$  (fig 1)
- $f(x_1) > f(x_2)$ , alors la fonction est décroissante sur  $I$  (fig 2)
- $f(x_1) = f(x_2)$ , alors la fonction est constante sur  $I$  (fig 3)

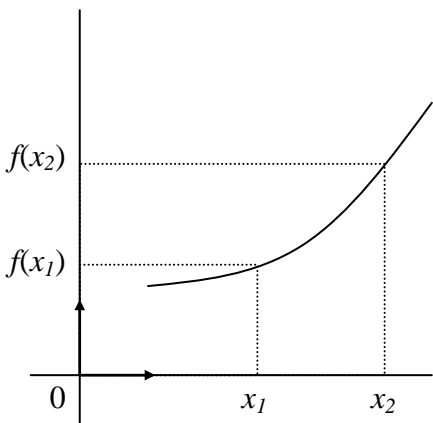


fig 1

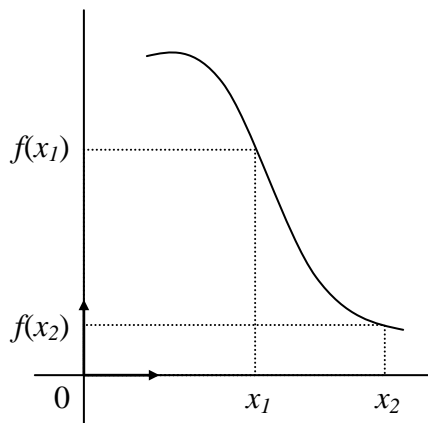


fig 2

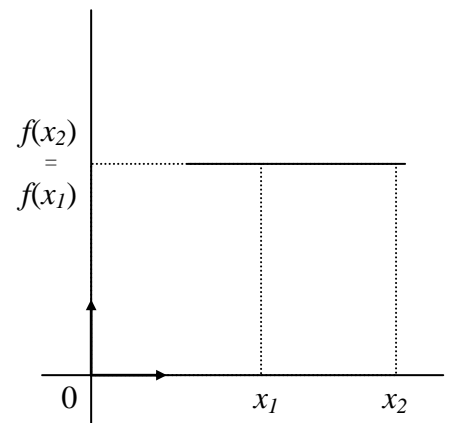


fig 3



Une flèche indique, dans le tableau de variation, le sens de variation de la fonction.

$x$	$a$ $b$
Sens de variation de la fonction $f$	

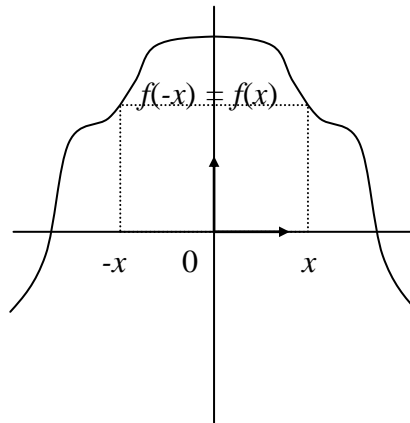
Cas d'une fonction croissante sur l'intervalle  $[a ; b]$

#### 4) Parité

Soit une fonction définie sur un intervalle  $I$  tel que si  $x \in I$ , alors  $-x \in I$ .

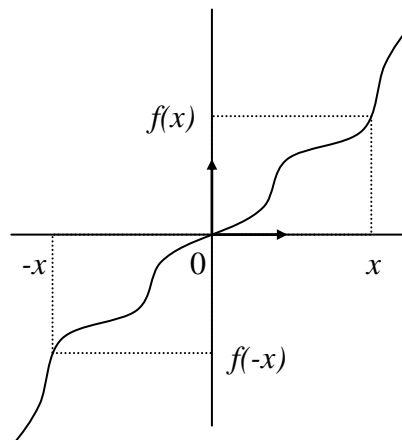
a)  $f$  est une fonction paire si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(-x) = f(x)$ .

Dans un repère orthonormal, sa courbe représentative présente une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.



b)  $f$  est une fonction impaire si pour tout  $x$  de  $I$  :  $f(-x) = -f(x)$ .

Dans un repère orthonormal, sa courbe représentative présente une symétrie centrale par rapport à l'origine du repère.





## II) Fonction affine

### 1) Définition

On appelle fonction affine, toute fonction définie par une expression de la forme  $f(x) = ax + b$  ;  $a$  et  $b$  étant des réels.

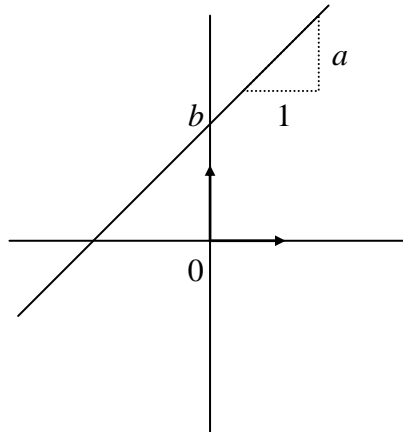
Remarque : Une fonction linéaire ( $x \mapsto ax$ ) est une fonction affine particulière ( $b = 0$ ).



### 2) Représentation graphique

La représentation graphique d'une fonction affine dans un repère cartésien est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées.

$y = ax + b$  est une équation de la droite représentative.  
coefficient directeur     $\uparrow$     ordonnée à l'origine  
 $\uparrow$

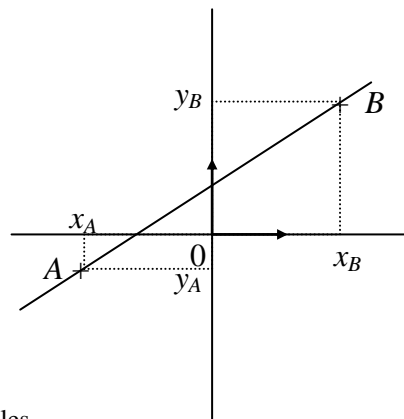


Dans le cas particulier où  $a = 0$ , la fonction s'écrit  $f(x) = b$  ;  $f$  est une fonction constante représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.

### 3) Coefficient directeur

Le coefficient directeur  $a$  d'une droite  $D$  passant par les points  $A(x_A ; y_A)$  et  $B(x_B ; y_B)$  est donné par la relation :

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$





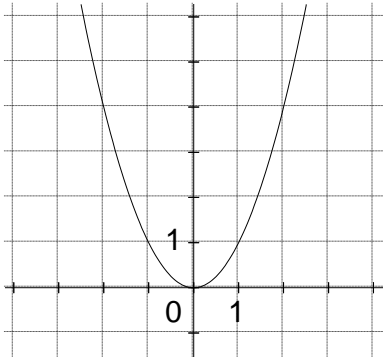
### III) Les autres fonctions usuelles

#### 1) fonction $f : x \rightarrow ax^2$

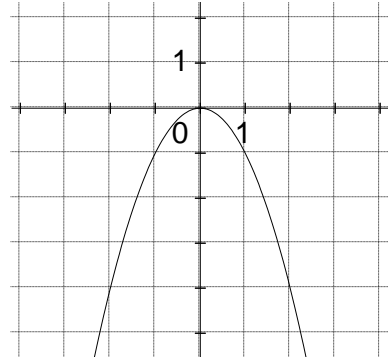
La représentation graphique de  $f$  est une parabole.

La fonction  $f$  est paire :  $f(-x) = a(-x)^2 = ax^2 = f(x)$

cas où  $a > 0$



cas où  $a < 0$

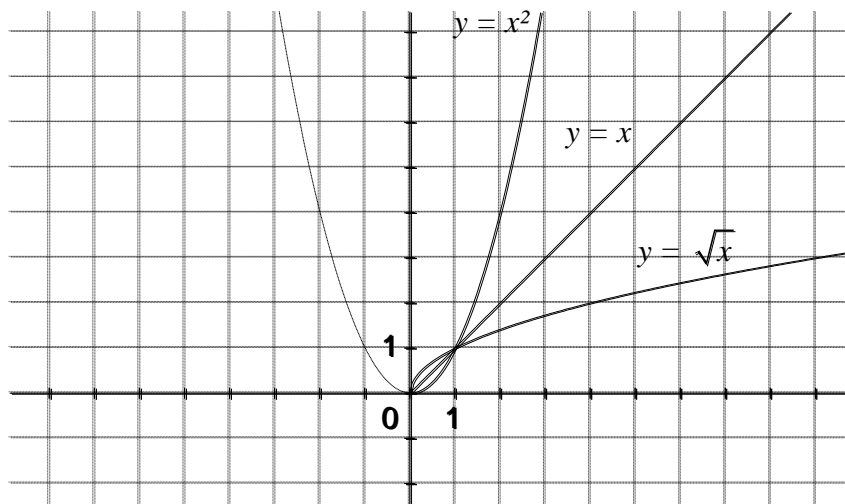


$x$	0
$f$	0

$x$	0
$f$	0

#### 2) fonction « racine carrée » $f : x \mapsto \sqrt{x}$

Dans un repère orthonormal, la représentation graphique de la fonction  $f : x \mapsto \sqrt{x}$  se déduit de la représentation graphique de la fonction « carrée »,  $x \mapsto x^2$  par une symétrie d'axe la droite d'équation  $y = x$ .



$x$	0
$f$	0



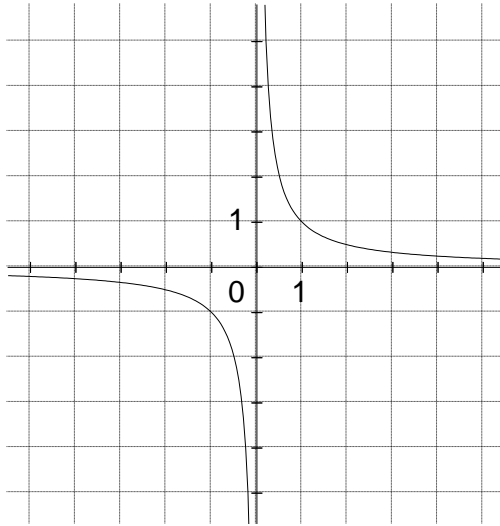
3) **fonction**  $f : x \mapsto \frac{a}{x}$

La représentation graphique de la fonction  $f : x \mapsto \frac{a}{x}$  est une hyperbole. La fonction  $f$  est impaire :

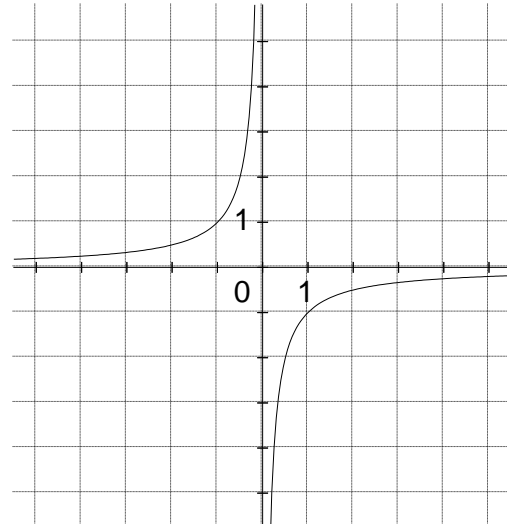
$$f(-x) = \frac{a}{-x} = -\frac{x}{a} = -f(x)$$

L'hyperbole présente une symétrie ayant pour centre l'origine du repère.

cas où  $a > 0$



cas où  $a < 0$



$x$	0	
$f$		

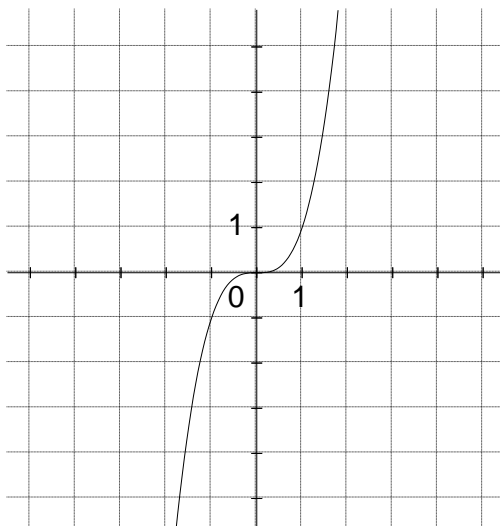
$x$	0	
$f$		

Pour de grandes valeurs de  $x$  ou de  $y$ , la courbe « se rapproche » des axes du repère : on dit que les axes sont des asymptotes de la courbes.

4) **fonction**  $f : x \rightarrow x^3$

La fonction  $f : x \rightarrow x^3$  est impaire :  $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$

La représentation graphique admet l'origine du repère comme centre de symétrie.



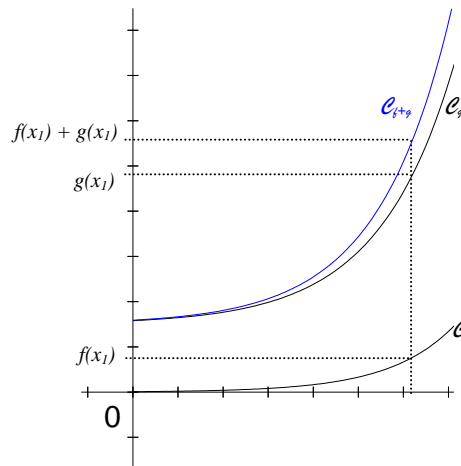
$x$	0	
$f$		



## IV) Courbes représentatives et opérations sur les fonctions

### 1) Représentation graphique de $f + g$

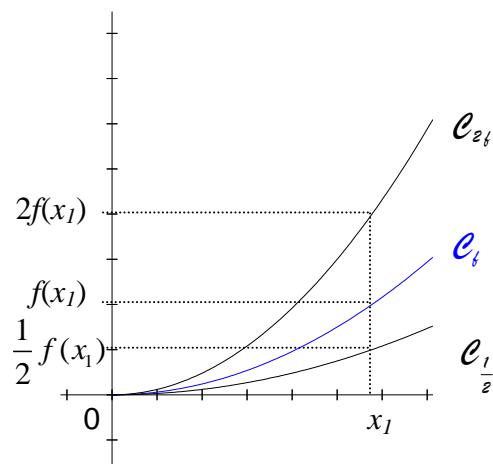
La représentation graphique  $\mathcal{C}_{f+g}$  de la fonction  $f + g$  est obtenue point par point à partir des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  représentatives des fonctions  $f$  et  $g$  : pour une abscisse  $x_I$  donnée, l'ordonnée du point de la courbe  $\mathcal{C}_{f+g}$  s'obtient en additionnant les ordonnées  $f(x_I)$  et  $g(x_I)$  des points des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$ .



Addition point par point des courbes  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$

### 2) Représentation graphique de $\lambda f$

La représentation graphique  $\mathcal{C}_{\lambda f}$  de la fonction  $\lambda f$  est obtenue point par point à partir de la courbe  $\mathcal{C}_f$  : pour une abscisse  $x_I$  donnée, l'ordonnée du point de la courbe  $\mathcal{C}_{\lambda f}$  s'obtient en multipliant l'ordonnée  $f(x_I)$  du point de  $\mathcal{C}_f$  par  $\lambda$ .



Construction des courbes  $\mathcal{C}_{\lambda f}$  pour  $\lambda = \frac{1}{2}$  et  $\lambda = 2$

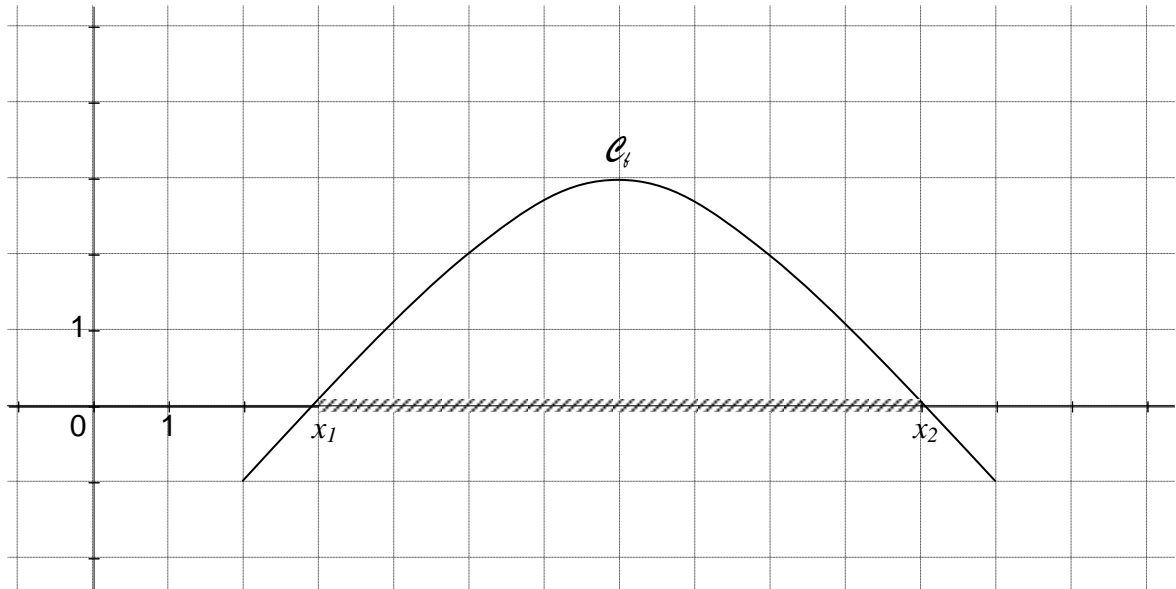


**V) Interprétation graphique de  $f \geq 0$  et  $f \geq g$**

**1) Résolution graphique de l'inéquation  $f(x) \geq 0$**

Soit la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$ ; soit  $x_1$  et  $x_2$  les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des abscisses.

La lecture du graphique permet d'établir que  $f(x) \geq 0$  pour  $x_1 \leq x \leq x_2$ .



**2) Résolution graphique de l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$**

Soit  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$ ; soit  $x_1$  et  $x_2$  les abscisses de leurs points d'intersection.

La lecture du graphique permet d'établir que :  $f(x) \geq g(x)$  pour  $x_1 \leq x \leq x_2$ .

