EXERCICES SUR LES FONCTIONS

Exercice 1

Votre véhicule habituel est immobilisé pour une durée de trois jours. Pour assurer votre service pendant ces trois jours, vous décidez de louer un véhicule. Pour cela, comparez les conditions de location des deux sociétés.

Société Autoloc :
Forfait : 30 € par jour et 0,20 € par kilomètre parcouru.

Société Locacar :
Forfait : 60 € le 1er jour, 30 € par journée supplémentaire de location et 0,30 € par km au-delà de 300 km (la société ne facture pas les 300 premiers kilomètres).

Soit x le nombre de kilomètres parcourus pendant les 3 jours.
1) Reproduire et compléter le tableau :

Distance (km)	x	100	200	300	500	800
Coûts (€)	Autoloc					
	Locacar					

2) Soit y_1 le coût de la location en euros proposé par la société Autoloc, exprimer y_1 en fonction de x.
3) Soit y_2 le coût de la location en euros proposé par la société Locacar ;
a) Déterminer y_2 pour une distance inférieure ou égale à 300 km.
b) Pour une distance comprise entre 300 et 800 km, montrer que $y_2 = 0{,}3x + 30$.
4) Représenter graphiquement y_1 et y_2 en fonction de x, pour $0 \leq x \leq 800$ km.
Echelle : en abscisse 1 cm pour 50 km ; en ordonnée 1 cm pour 15 €.

Exercice 2

On se propose d'étudier la rentabilité d'une production.
1) On considère la fonction C définie pour $x \in [0 ; 25]$, par $C(x) = 2x^2 - 40x + 500$.
a) Calculer $C(0)$; $C(5)$; $C(10)$; $C(15)$; $C(20)$ et $C(25)$.

b) Représenter graphiquement la fonction C.
Echelles : 1 cm pour 2 en abscisse ; 1 cm pour 50 en ordonnées.

c) On considère la fonction p définie pour $x \in [0 ; 25]$, par $p(x) = 10x + 300$.
Représenter graphiquement la fonction p dans le repère précédent.

2) Le coût de production d'un produit est donné par la relation $C(q) = 2q^2 - 40q + 500$ où q représente la quantité produite en mètres.

a) Le prix de vente est donné par la relation $P(q) = 10q + 300$.
En utilisant l'étude effectuée dans le 1), déterminer graphiquement pour quelles valeurs de q le prix de vente est égal au coût de production.
b) Sur quel intervalle la production est-elle rentable ?

(D'après sujet de Bac Pro Bureautique B)

Exercice 3

Vous êtes actuellement au service des ventes de semences. Un maraîcher passe une commande de graines Vilmorin dont le montant brut hors taxe est 13 000 €.
Le maraîcher bénéficie d'une remise calculée d'après le barème par tranches suivant :

Prix brut HT (en €)	**% de remise**
de 0 à 2 000	2 %
de 2 000 à 5 000	3%
de 5 000 à 10 000	4%
de 10 000 à 20 000	5%

1) Calculer le montant de la remise accordée au maraîcher.
2) Le montant de la T.V.A est 688,60 € et le prix net taxe comprise est 13 208,60 €. Calculer le taux de la T.V.A.
3) On désigne par :
- x le montant brut hors taxe en euros de la commande ;
- y_1 le montant en euros de la remise pour x compris entre 0 et 2 000 ;
- y_2 le montant en euros de la remise pour x compris entre 2 000 et 5 000 ;
- y_3 le montant en euros de la remise pour x compris entre 5 000 et 10 000 ;
- y_4 le montant en euros de la remise pour x compris entre 10 000 et 20 000.

a) Exprimer y_1 en fonction de x.
b) Représenter y_1 en fonction de x dans un repère orthogonal.
c) La remise y_2 en fonction de x est donnée par la relation : $y_2 = (x - 2\,000) \times \frac{3}{100} + 40$.
Montrer que y_2 peut s'écrire sous la forme : $y_2 = 0{,}03x - 20$.
d) Représenter y_2 en fonction de x dans le même repère.
e) Exprimer y_3 et y_4 en fonction de x.
f) Représenter y_3 et y_4 en fonction de x dans le même repère.

(*D'après sujet de Bac Pro Bureautique A Session 1995*)

Exercice 4

Monsieur Lamy, pour son restaurant, veut prévoir l'évolution de son coût en fonction du nombre de couverts.
Il a le choix de 20 à 100 couverts par jour.
Compte tenu des contraintes, le coût total de production serait défini par :

$$C(n) = \frac{n^3}{2000} - 0{,}1n^2 + 5n + 850.$$

Où n est le nombre de couverts par jour et C le coût journalier.

1) Compléter le tableau suivant :

n	50	60	70	80	90	100
$C(n)$						

2) Tracer la courbe représentative de la fonction C définie par $C(n)$ sur l'intervalle [50 ; 100].
Echelles : abscisses : 1 cm pour 10 couverts. Ordonnées : 1 cm pour 10 €.
Commencer la graduation à 800 €.

Exercice 5

Dans une entreprise, les charges liées à la fabrication d'un objet sont de 25 €.
A ces charges variables s'ajoutent des charges fixes d'un montant mensuel de 1 500 €.
Le coût de fabrication unitaire d'un objet est la somme des charges variables et des charges fixes unitaires.

a) Montrer que si x désigne le nombre d'objets fabriqués mensuellement, le coût de fabrication unitaire C peut s'exprimer en € par la relation :

$$C(x) = \frac{1500}{x} + 25.$$

b) Compléter le tableau suivant :

Nombre d'objets fabriqués x	100	200	300	400	500
Coût de fabrication $C(x)$					

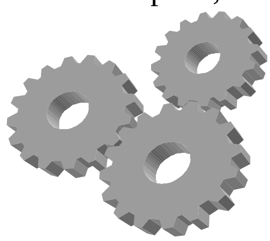
c) Représenter graphiquement la fonction définie par $C(x)$ sur l'intervalle [100 ; 500].

d) La fabrication de ces objets est rentable pour un coût unitaire inférieur à 30 €.
Déterminer le nombre minimal d'objets à fabriquer pour atteindre ce seuil.

Exercice 6

Une entreprise fabrique des machines outils de grande précision.

1) Pour une quantité de n machines fabriquées et vendues par cette entreprise, on désigne par :
$C(n)$ le coût de production en euros.
$R(n)$ le montant des recettes réalisées en euros.
On admet que $C_n = 300n + 800$ et $R_n = 40n^2$.



a) Que désignent $C(4)$ et $R(4)$?
b) Calculer $C(4)$ et $R(4)$.
c) On note $B(n)$ le bénéfice en euros réalisé par l'entreprise.
En utilisant la relation $B(n) = R(n) - C(n)$, exprimer $B(n)$ en fonction de n.

2) Soit la fonction C, telle que pour tout x de l'intervalle [0 ; 14], $C(x) = 300x + 800$ et la fonction R, telle que pour tout x de l'intervalle [0 ; 14], $R(x) = 40x^2$.

a) Compléter les tableaux suivants :

n	2	4	10	12
$C(n)$				

n	2	4	10	12
$R(n)$				

b) Représenter, dans un plan rapporté au repère (O, Ox, Oy), les fonctions C et R considérées sur l'intervalle [0 ; 14].
Echelles : abscisses : 1 cm pour 1 unité. *Ordonnées : 1 cm pour 500 unités.*

c) On note I le point d'intersection des deux représentations graphiques.
Proposer, par une lecture graphique, des valeurs possibles pour les coordonnées du point I.

3) En utilisant le graphique, indiquer comment évolue la rentabilité de l'entreprise si elle fabrique et vend plus de 10 machines.

Exercice 7

Une entreprise dispose d'une chaîne de production qui fabrique jusqu'à 1 000 objets. L'exercice a pour but de déterminer quelle est la quantité d'objets qu'il faut produire pour, une fois vendus, assurer un bénéfice maximum à cette entreprise.

1) On appelle C le coût total de production en k€ et n le nombre de centaines d'objets produits. C et n sont liés par la relation :

$$C = n^2 + 9$$

a) Compléter le tableau suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C : coût en k€											

b) On considère la fonction f définie, pour tout x de l'intervalle [0 ; 10], par $f(x) = x^2 + 9$.
Tracer la courbe représentative P de la fonction f dans un repère orthogonal.

2) Une centaine d'objets est vendue 10 k€.
En supposant que tous les objets produits sont vendus, on appelle R la recette, exprimée en k€, et n le nombre de centaines d'objets vendus.

a) Complétez le tableau ci-dessous.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R : recette en k€											

b) Vérifiez que la relation entre R et n est : $R = 10n$

c) On considère la fonction g définie, pour tout x de l'intervalle [0 ; 10[, par $g(x) = 10x$.
Tracez la représentation graphique D de la fonction g dans le même repère que ci-dessus.

3) Pour n centaines d'objets vendus, le bénéfice B de l'entreprise, exprimé en k€, est égal à la différence entre la recette R, exprimée en k€, et le coût total de production C, exprimée en k€, de ces n centaines d'objets.

a) Ecrivez une relation entre B et n.

b) On considère la fonction h définie, pour tout x de l'intervalle [0 ; 10], par :

$$h(x) = g(x) - f(x)$$

L'entreprise voulant faire des bénéfices, par une lecture du graphique :

- Proposez un intervalle possible où doit se trouver le nombre de centaines d'objets qu'il lui faut vendre ;
- Déterminez une estimation du nombre d'objets qu'il faut vendre pour que le bénéfice soit maximum.

(D'après sujet de Bac Pro Transport)