



# CONTRÔLE SUR LES FONCTIONS EXPONENTIELLES

## 1<sup>ère</sup> partie

Madame PREVO, 45 ans, désire placer 50 000 € sous forme d'une assurance vie au bénéfice de ses petits enfants. Pour cela, son assureur lui propose deux types de contrats.

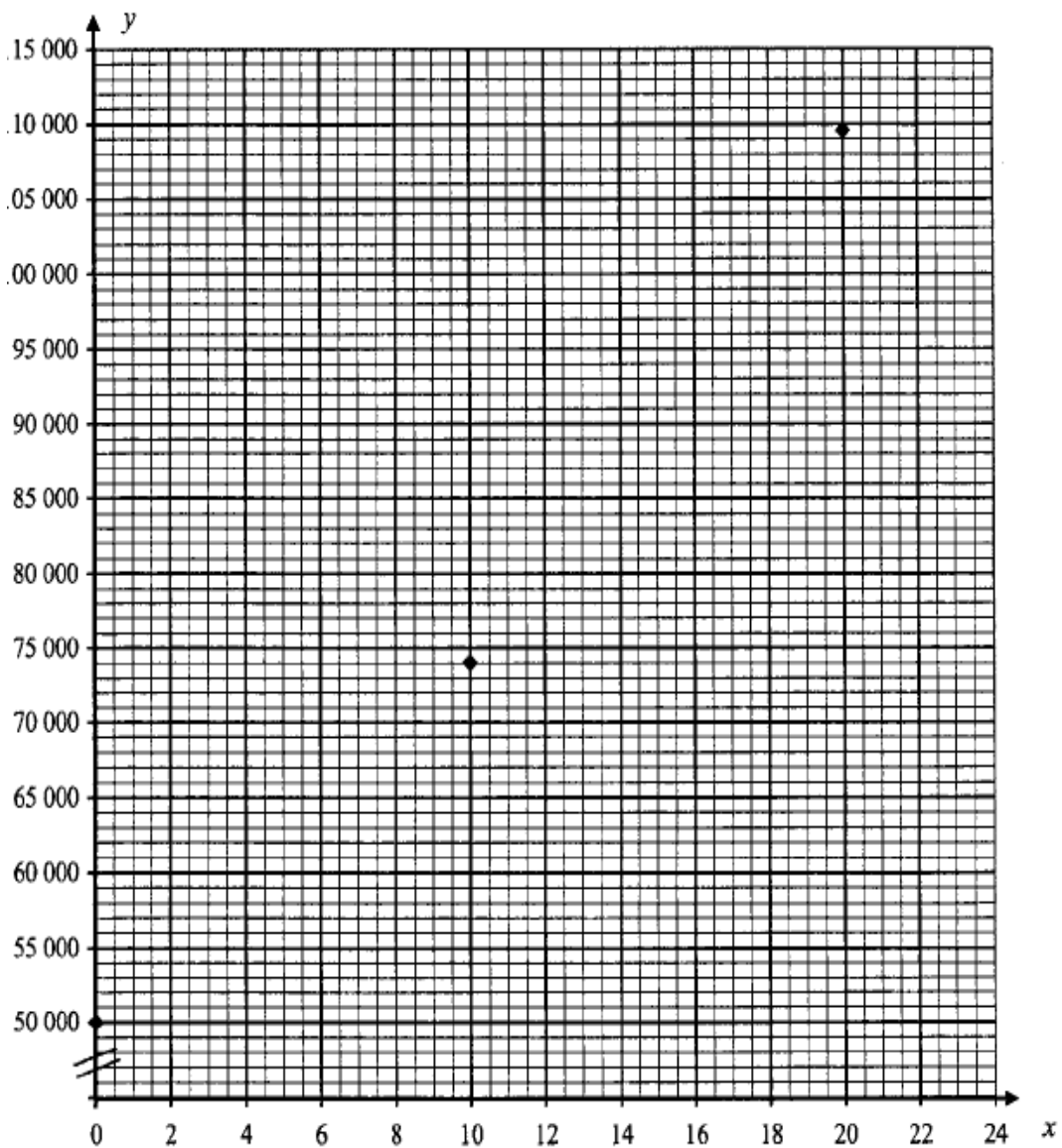
Étude du contrat A :

- Taux de placement : 4 % l'an (intérêts composés)
- Temps minimum d'immobilisation : 7 ans.

La fonction  $f$  modélise l'évolution du placement.

Cette fonction est définie sur l'intervalle  $[0 ; 20]$  par :  $f(x) = 50\,000 \times 1,04^x$

où  $x$  est le nombre d'années de placement.



1) Justifier que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0 ; 20]$ .

2) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous. Les résultats seront arrondis à l'unité.

$x$	0	5	7	10	12	15	20
$f(x)$	50 000			74 012			109 556



- 3) Compléter la représentation graphique de la fonction  $f$  dans le repère ci-dessous.
- 4) Madame PREVO décide d'offrir la valeur acquise au bout de 18 ans à ses petits enfants. Déterminer graphiquement cette somme (laisser apparents les traits de construction utiles à la lecture).
- 5) Retrouver par le calcul le nombre d'années au bout duquel la valeur acquise par le capital est placé par madame PREVO sera égale à 101 000 €. Le résultat sera arrondi à l'unité

Étude du contrat B :

Dans ce cas, l'évolution du placement est modélisé par la fonction  $g$  définie sur l'intervalle  $[0 ; 20]$  par :

$$g(x) = -x^2 + 36x + 100\,000 \quad x \text{ représentant le nombre d'années de placement.}$$

- 1) Déterminer la fonction dérivée  $g'$  de la fonction  $g$ .
- 2) Résoudre l'équation  $g'(x) = 0$  et étudier le signe de  $g'(x)$ .
- 3) En déduire le nombre d'années pour lequel la fonction passe par son maximum.
- 4) Calculer alors la valeur acquise par le capital de Madame PREVO placé selon la formule B.

Exploitation des résultats

Quel est, parmi les contrats A et B précédemment étudiés, celui qui semble le plus avantageux au bout de 18 ans, compte tenu des intentions de Madame PREVO ?

## 2<sup>e</sup> partie

Pour examiner le dossier de Madame PREVO, l'assureur utilise la loi de survie de Mackeham. On admet que cette loi est approchée par la fonction  $V$  définie par :

$V(x) = 110\,545 \times 0,995^x$  où  $V(x)$  représente, au bout de  $x$  années  $x \geq 45$ , le nombre de survivants dans un échantillon de 100 000 individus nés la même année que Madame PREVO.

1) Madame PREVO a aujourd'hui 45 ans et aura 63 ans dans 18 ans. En utilisant l'expression  $V(x) = 110\,545 \times 0,995^x$ , calculer pour cet échantillon :

- a) le nombre de survivants âgés de 45 ans ( $V(45)$ ).
- b) puis le nombre probable de survivants âgés de 63 ans ( $V(63)$ ).

Chaque résultat sera arrondi à l'unité.



2) Calculer le nombre de décès entre 45 et 63 ans. En déduire le taux de mortalité de cet échantillon sur cette période. Le résultat sera arrondi à l'unité.

3) Si le taux de mortalité de l'échantillon d'âge auquel appartient un candidat est inférieur à 20 %, alors l'assureur accepte son dossier.

L'assureur va-t-il accepter celui de madame PREVO ? Justifier la réponse.

(D'après sujet de Bac Pro Comptabilité Session septembre 2005)