



DEVOIR SUR LES INTÉGRALES



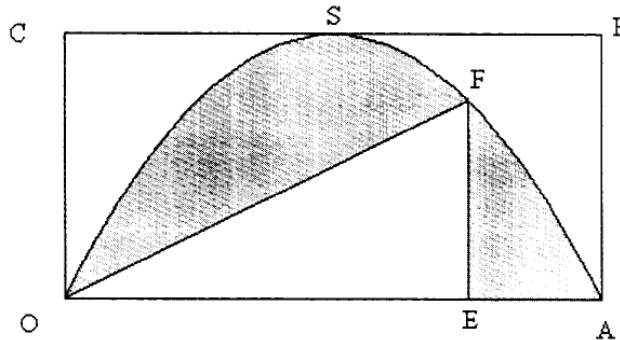
Exercice 1

Un client commande un document publicitaire comportant une partie sombre (figure ci-dessous). Le but du problème est de déterminer l'aire de la partie sombre. On donne les cotes en cm :

$$OA = 8$$

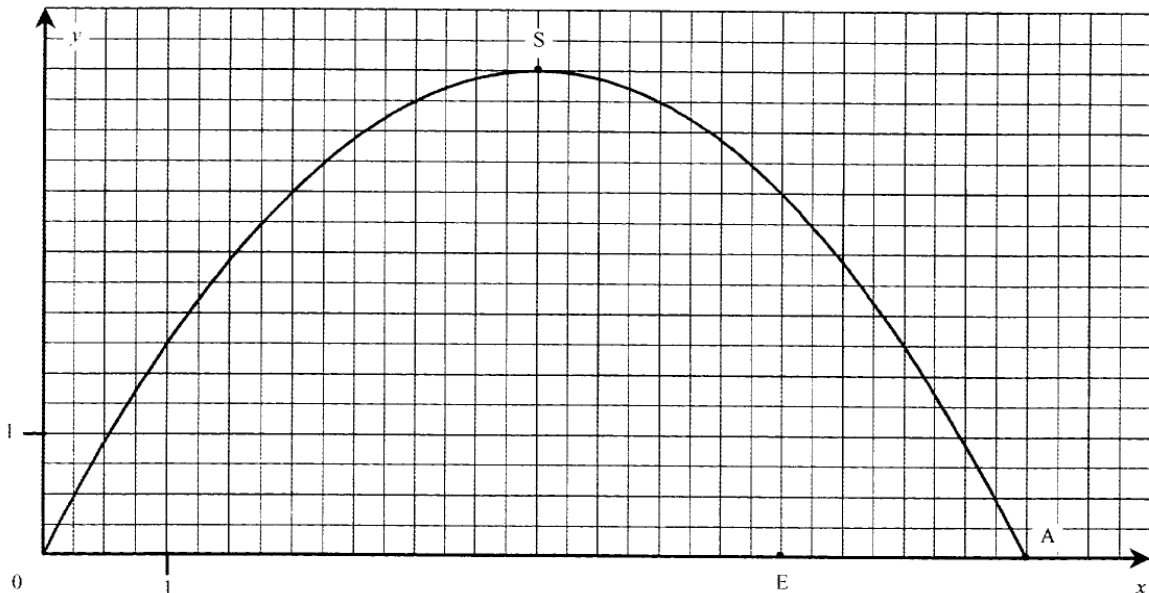
$$OC = 4$$

$$OE = 6$$



Partie I : Modélisation de l'arc \widehat{OAS}

L'arc \widehat{OAS} est représenté dans le repère situé ci-après. Cet arc est assimilé à un arc de parabole \wp d'équation $y = ax^2 + bx$, a et b étant deux nombres réels.



- 1) Déterminer les coordonnées des points S et A.
- 2) a) En écrivant que les points S et A appartiennent à l'arc de parabole \wp , montrer que a et b sont solution du système :

$$\begin{cases} 8a + b = 0 \\ 4a + b = 1 \end{cases}$$
- b) Résoudre le système précédent.
- 3) En déduire l'expression de l'équation de l'arc de parabole \wp .



Partie II : Calculs d'aire

On admet que l'équation de l'arc de parabole \wp est : $y = -0,25x^2 + 2x$.

- 1) Le point F appartient à l'arc de parabole \wp .
Calculer son ordonnée sachant que son abscisse est 6.
- 2) Placer le point F et tracer la droite (OF) sur le graphique.
- 3) Calculer l'aire du triangle OFE.
- 4) a) Calculer la valeur de l'intégrale $\int_0^8 (-0,25x^2 + 2x) dx$ (arrondie au centième).
b) Que représente cette valeur ?

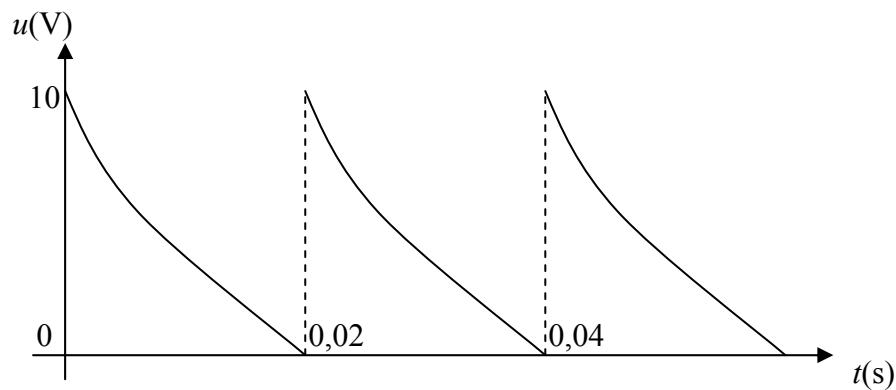
Partie III : Aire de la partie sombre

Calculer l'aire de la partie sombre du document publicitaire.

(D'après sujet de Bac Pro Industries graphique Session juin 2002)

Exercice 2

Un générateur d'impulsions délivre une tension périodique $u(t)$, en volt, dont l'évolution en fonction du temps t , en seconde, est donnée par le schéma.



La valeur moyenne \bar{U} de la tension est donnée par l'expression : $\bar{U} = 500 \int_0^{0,02} e^{-50t} dt$.

- 1) Montrer, par un calcul, que : $\bar{U} = 10 \left(1 - \frac{1}{e} \right)$.
- 2) Donner la valeur de \bar{U} arrondie à 0,1 V.

(D'après sujet de Bac Pro ELEEC Session juin 2006)

