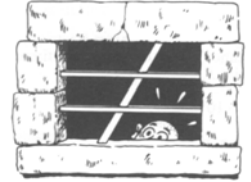




# INÉQUATIONS ET SYSTÈMES D'INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ A UNE OU DEUX INCONNUES

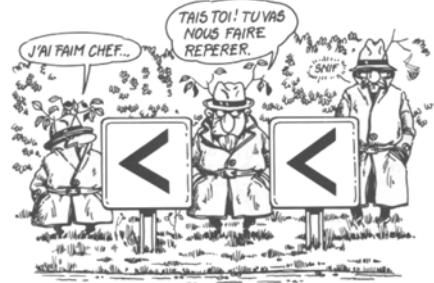


## I) Inéquations du premier degré à une inconnue

### Définition

Une inéquation du premier degré, d'inconnue  $x$  peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

$ax \geq b$  ;  $ax > b$  ;  $ax \leq b$  ;  $ax < b$ .  
où  $a$  et  $b$  sont des réels donnés.



### Propriétés

Ajouter ou retrancher un même nombre aux deux membres ne change pas le sens de l'inégalité.

Multiplier ou diviser les deux nombres d'une inéquation par un même nombre :

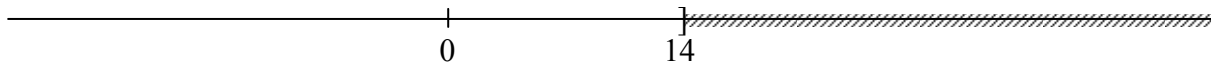
- ne change pas le sens de l'inégalité lorsque ce nombre est positif.
- change le sens de l'inégalité lorsque ce nombre est négatif.

### Exemples

L'inéquation  $x - 2 \leq 12$  est équivalente à  $x \leq 12 + 2$  soit  $x \leq 14$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle  $]-\infty ; 14]$ .

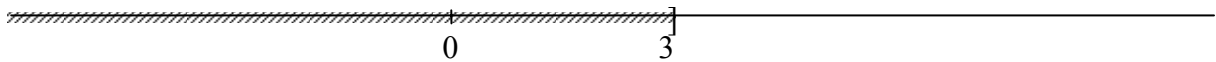
La partie non hachurée de l'axe représente ces solutions.



L'inéquation  $5 - x < 2$  est équivalente à  $-x < -3$  soit  $x > 3$ .

L'ensemble des solutions de cette inéquation est l'intervalle  $]3 ; +\infty[$

La partie non hachurée de l'axe représente ces solutions.



## II) Inéquations linéaire à deux inconnues

### Définition

Une inéquation du premier degré à deux inconnues  $x$  et  $y$  peut s'écrire sous l'une des formes suivantes :

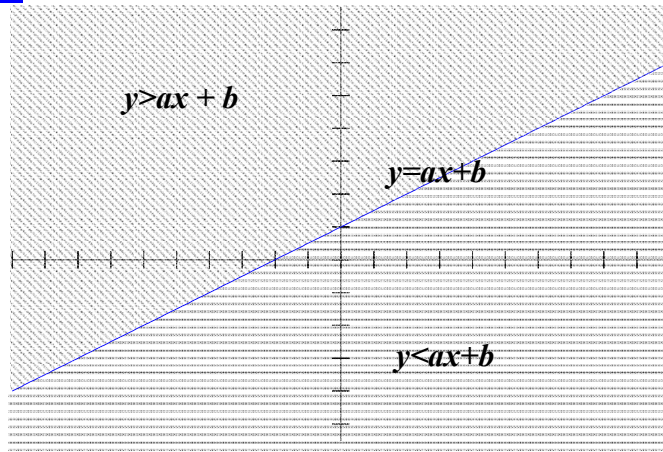
$y < ax + b$  ;  $y > ax + b$  ;  $y \leq ax + b$  ;  $y \geq ax + b$

$a$  et  $b$  sont des nombres réels connus.

### Représentation des solutions

La droite  $D$  d'équation  $y = ax + b$  partage le plan en trois régions.

- « au dessus » de  $D$ , les points  $M$ , de coordonnées  $(x ; y)$  sont tels que  $y > ax + b$ .
- « au dessous » de  $D$ , les points  $M$ , de coordonnées  $(x ; y)$  sont tels que  $y < ax + b$ .
- « sur »  $D$ , les point  $M$  de coordonnées  $(x ; y)$  sont tels que  $y = ax + b$ .



### III) Résoudre un système d'inéquations à deux inconnues

Ecrire chaque inéquation sous forme  $y \geq ax + b$  ou  $y \leq ax + b$ .

Tracer dans un même repère les droites d'équations  $y = ax + b$  correspondants aux inéquations. Colorier ou hachurer pour chaque inéquation la région du plan dont les coordonnées  $(x ; y)$  des points ne sont pas solutions.

Les solutions du système sont les coordonnées des points de la région du plan non coloriée ou hachurée.

#### Exemple

Résoudre graphiquement le système 
$$\begin{cases} 2x + y \geq 5 & \textcircled{1} \\ x - y \geq 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

Le système peut s'écrire : 
$$\begin{cases} y \geq -2x + 5 & \textcircled{1} \\ y \leq x - 1 & \textcircled{2} \end{cases}$$

La droite  $D_1$  a pour équation :  $y = -2x + 5$ .

La droite  $D_2$  a pour équation :  $y = x - 1$ .

Les solutions de l'inéquation  $\textcircled{1}$   $y \geq -2x + 5$  « sont au dessus de  $D_1$  ».

Les solutions de l'inéquation  $\textcircled{2}$   $y \leq x - 1$  « sont au dessous de  $D_2$  ».

La région coloriée en clair correspond aux solutions du système.

