CONTRÔLE SUR LES FONCTIONS PÉRIODIQUES

Exercice 1

Sur un oscilloscope on a visualisé les courbes de tension (figures ci-dessous).

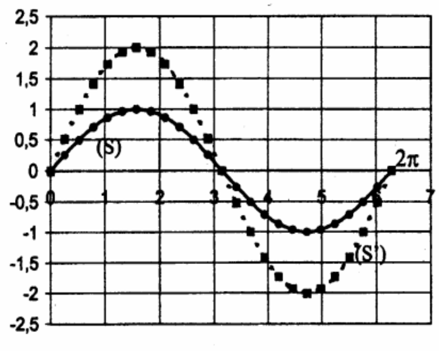


Figure 1

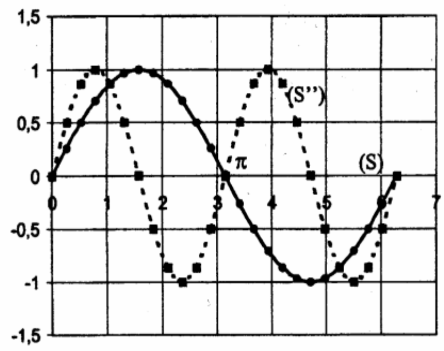


Figure 2

On rappelle que ces sinusoïdes ont une équation de la forme :

$$y = a\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \text{ (avec } T \text{ période)}$$

La courbe (S) (en trait plein) a pour équation $y = \sin(t)$.

1) Sur la figure 1, quelle grandeur (a ou T) a-t-on fait varier pour obtenir la courbe (S') (en pointillé) à partir de la courbe (S) (en trait plein) ? Même question pour la courbe (S'') de la figure 2.

2) Donner les équations des courbes (S') et (S'').

(D'après sujet de Bac Pro Carrosserie Session 2001)

Exercice 2

Dans tout ce problème T désigne le nombre réel $\frac{1}{50}$;

On considère le signal s, de la variable t, défini sur $\mathbb{R}$ et périodique de période T tel que :

$$\begin{cases} s(t) = 2 + 6\cos(100\pi t) & si\ 0 \leq t \leq \frac{T}{4} \\ s(t) = 2 & si\ \frac{T}{4} \leq t < T \end{cases}$$

1) compléter le tableau de valeurs ci-dessous.

t	0	$\frac{T}{8}$	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	T
$s(t)$						

2) Sur la figure de la page suivante, dans le plan rapporté au repère orthogonal (Ot, Oy), la représentation graphique du signal s considéré sur l'intervalle $[0 ; T[$.

a) Placer sur cette représentation graphique les points A, B, C, D, E et F de coordonnées respectives :

$$(0\ ;s(0))\ ;\ \left(\frac{T}{8};s\left(\frac{T}{8}\right)\right)\ ;\ \left(\frac{T}{4};s\left(\frac{T}{4}\right)\right)\ ;\ \left(\frac{T}{2};s\left(\frac{T}{2}\right)\right)\ ;\ \left(\frac{3T}{4};s\left(\frac{3T}{4}\right)\right)\ \text{et}\ (T\ ;s(T))\ ;$$

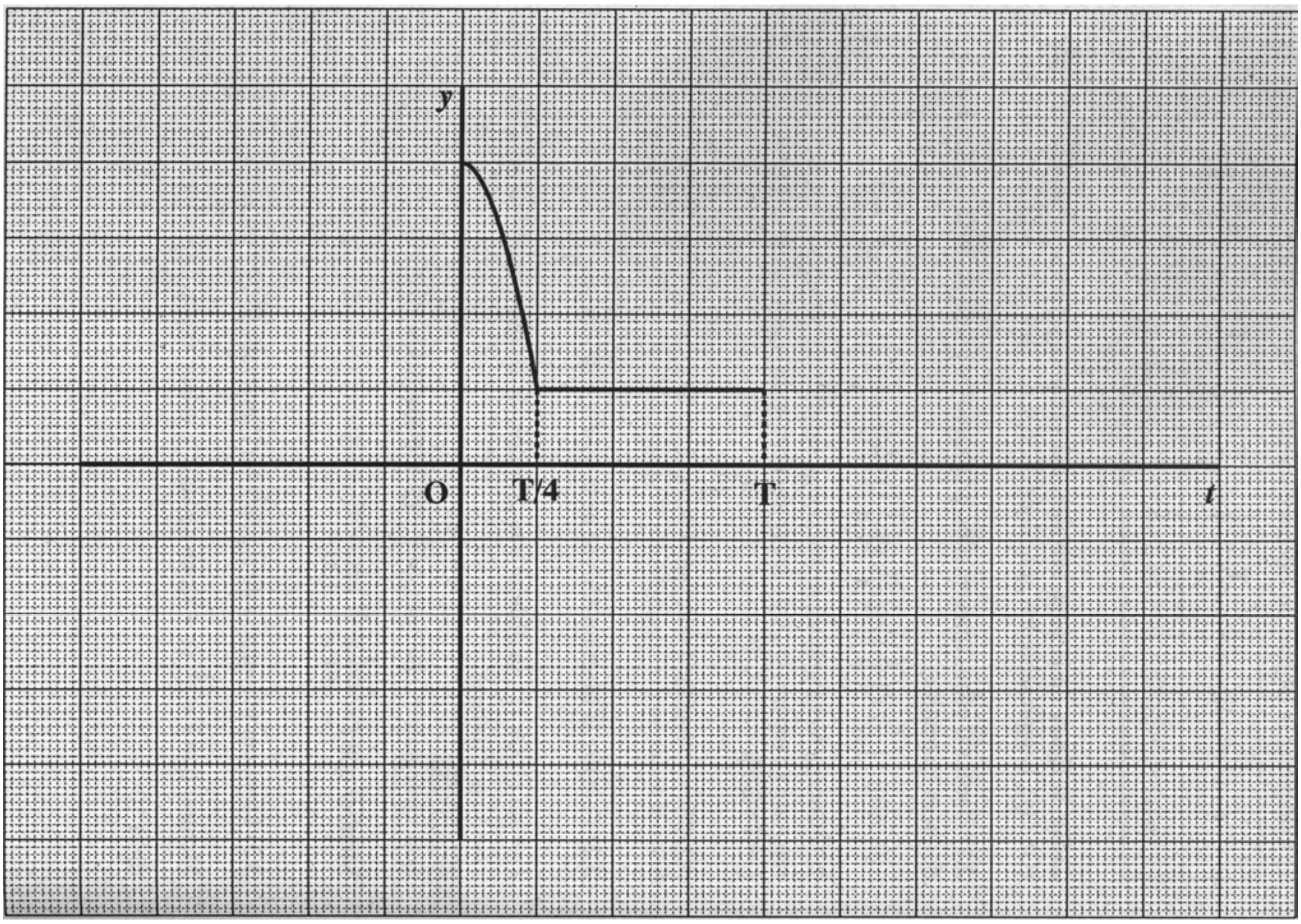
b) Compléter le graphique de la page suivante de sorte à visualiser, dans le plan rapporté au repère (O*t*, O*y*), la représentation du signal *s* considéré sur l'intervalle [-*T* ; 2*T*].

3) a) Soit l'intégrale *J* telle que $J = \int_{\frac{T}{4}}^{T} 2dt$. Montrer que $J = \frac{3}{100}$.

b) Calculer la fonction dérivée de la fonction définie sur l'intervalle $\left[0;\frac{T}{4}\right]$ par $t \mapsto \sin(100\pi t)$; en déduire une primitive de la fonction définie sur $\left[0;\frac{T}{4}\right]$ par $t \mapsto 6\cos(100\pi t)$.

Soit l'intégrale *I* telle que $I = \int_{0}^{\frac{T}{4}} (2 + 6\cos(100\pi t))dt$, montrer que $I = \frac{3}{50\pi} + \frac{1}{100}$;

c) La valeur moyenne $\bar{s}$ su signal *s* sur l'intervalle [0 ; T] est égale à $\frac{1}{T}\int_{0}^{T} s(t)dt$. Montrer que $\bar{s} = \frac{1}{T}(I + J)$, en déduire la valeur exacte de $\bar{s}$ puis sa valeur arrondie à 10^{-2}.



(*D'après sujet de Bac Pro E.I.E Session 1999*)