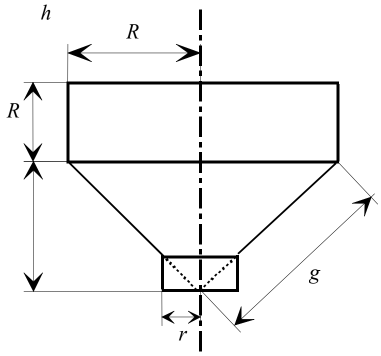
DEVOIR SUR LES FONCTIONS DERIVÉES

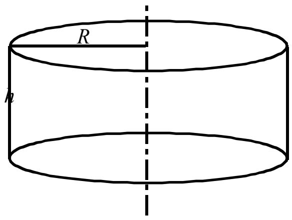
Une entreprise fabrique des trémies ; on étudie le volume d'une trémie dont la section plane est représentée ci-contre :

Partie 1 : Calculs de volumes.

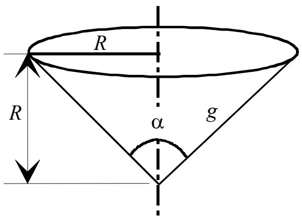
Pour les schémas ci-contre, on donne : $R = 3{,}5$ dm ; $h = 1{,}5$ dm ; $r = 0{,}5$ dm.



1) Calculer le volume V_1 du cylindre droit. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.



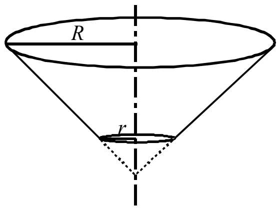
2) a) Calculer le volume V_2 du cône. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.



b) Calculer la longueur g de sa génératrice. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.

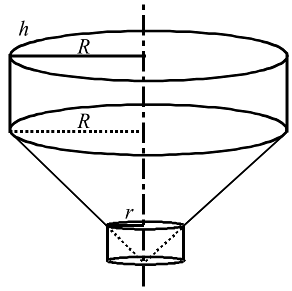
c) Calculer l'angle α au sommet du cône.

3) On coupe le cône par un plan parallèle à sa base et on obtient le tronc de cône.



Calculer le volume V_3 du tronc de cône. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.

4) Justifier que le petit cylindre de rayon r, à la base de la trémie, a pour hauteur r.
Calculer son volume V_4. Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.



5) Calculer le volume total, $V_5 = V_1 + V_3 + V_4$, de la trémie en dm^3.
Donner le résultat arrondi à 10^{-2} dm^3.

Partie 2 : Etude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [-5 ; 2,5] par $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1,5\,x^2 + \frac{1}{12}$.

1) Déterminer la fonction dérivée $f\,'$ de la fonction de f.

2) Résoudre l'équation $x^2 + 3\,x = 0$.

3) Etablir le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle [-5 ; 2,5].

4) Compléter le tableau de valeurs.

x	-5	-4,5	-4	-3,5	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$	-4,1	0,1	2,8	4,2								0,5	1,9	4,6	8,8	14,7

Donner les résultats arrondis à 10^{-1}.
Dans le repère, tracer la courbe (C) représentative de la fonction f.

Partie 3 : Etude du volume de la trémie.

L'entreprise fabrique des trémies de volumes différents.

Le volume V de chaque trémie, variable en fonction de R, est donné par la formule

$$\pi V = \pi\left(a\,R^3 + b\,R^2 + \frac{1}{12}\right).$$

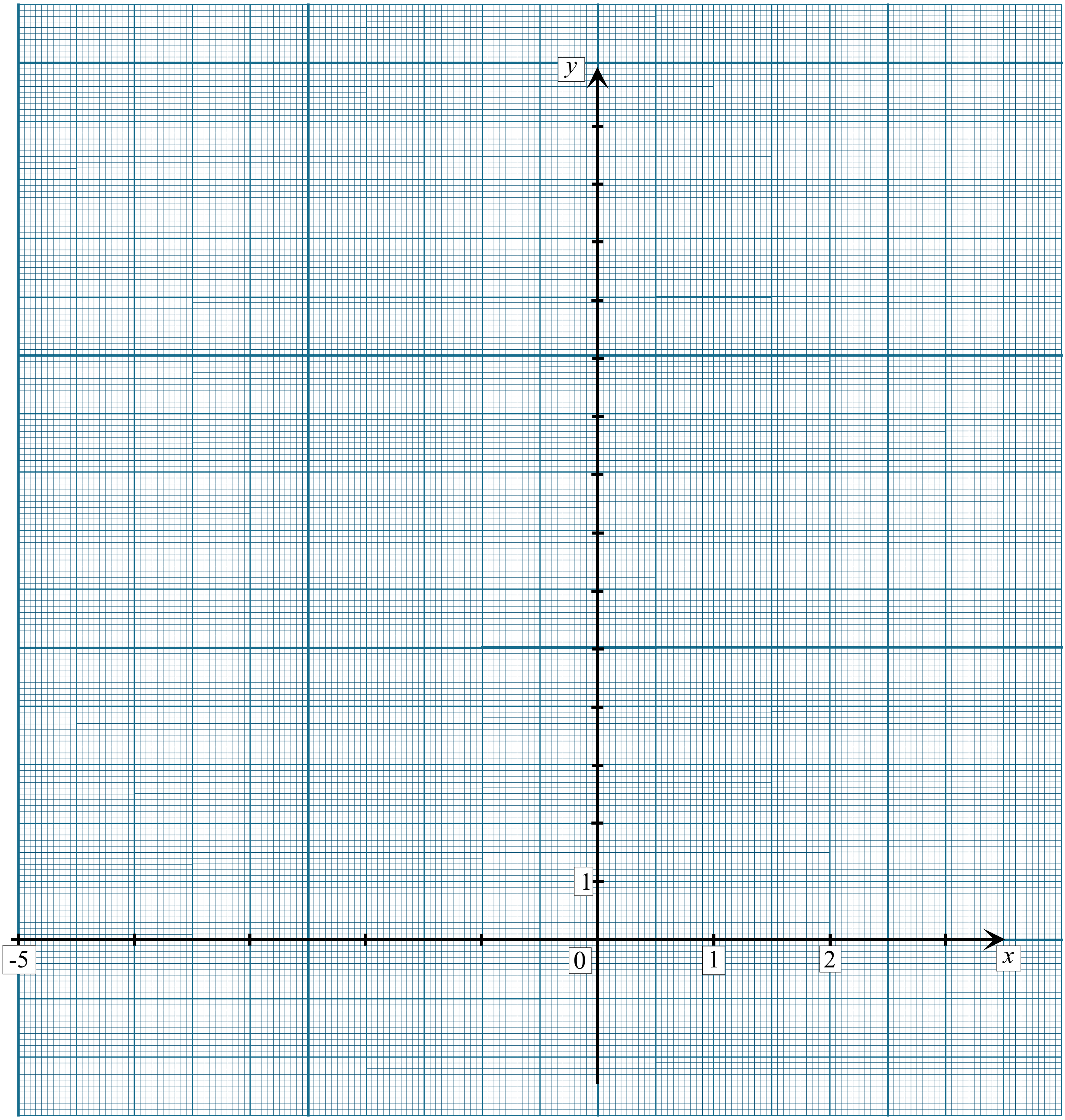
1) a) Déterminer les valeurs a et b sachant que : $\begin{cases} \text{si } R = 1 & V = 1{,}92 \\ \text{si } R = 2 & V = 8{,}75 \end{cases}$

b) Ecrire l'expression de V en fonction de R.

2) Pour les valeurs de R prises sur l'intervalle]1 ; 2,5], et f étant la fonction étudiée dans la partie 2, on constate que $V = \pi \times f(R)$.

Déterminer dans ces conditions, à partir du graphique, une valeur approchée du volume V pour R = 1,75.

(*D'après sujet de Bac Pro MSMA Session 2000*)


y
1
-5
0
1
2
x