CONTRÔLE SUR LES NOMBRES COMPLEXES

Exercice 1

Une minuterie est alimentée par une tension alternative sinusoïdale $U(t) = U_m \times \sin(\omega t + \theta)$.
À un instant cette tension est représentée par un vecteur de Fresnel $\vec{U}$ dont les coordonnées sont (190 ; - 130). L'affixe de $\vec{U}$ est le nombre complexe $z = 190 + j \times (-130)$.

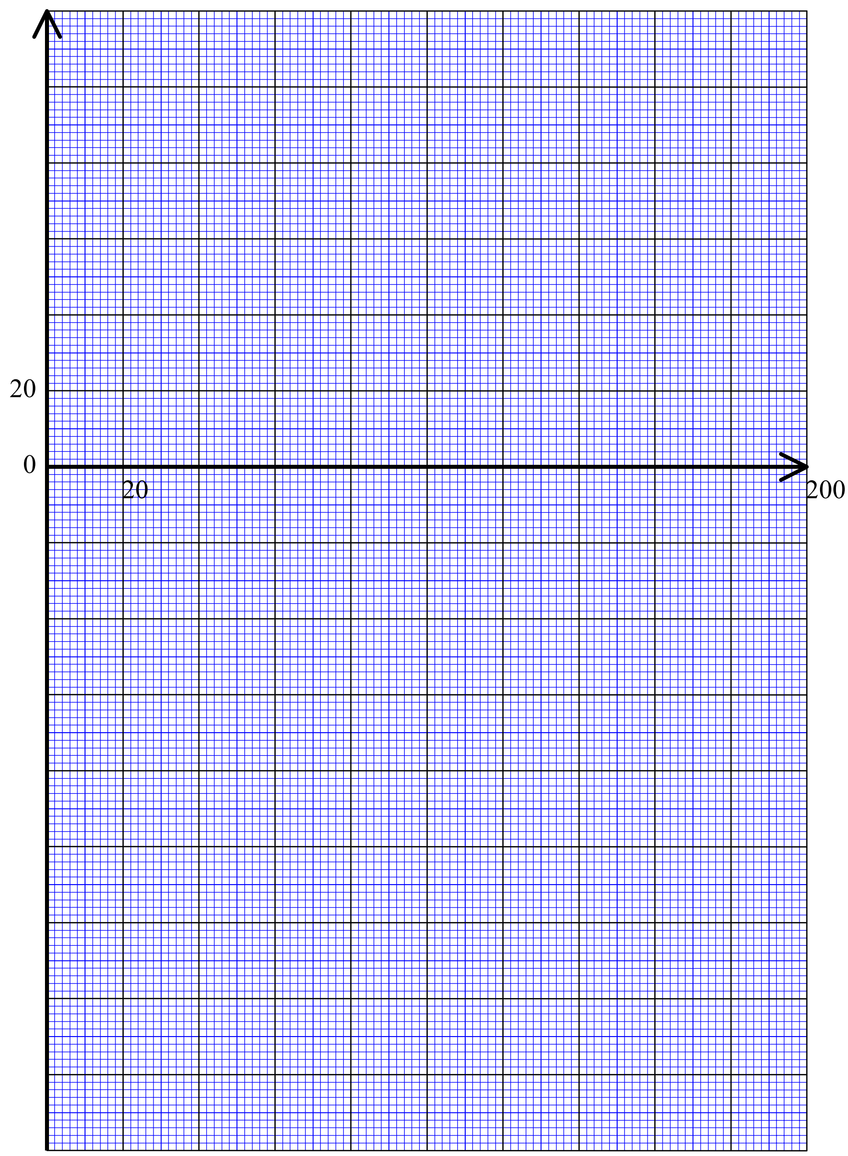
1) Représenter le vecteur $\vec{U}$ ci-dessous.

2) Déterminer graphiquement le module et l'argument du nombre complexe z.

3) Calculer le module ρ du nombre complexe z. Arrondir le résultat au dixième.

4) Calculer l' argument θ du nombre complexe z. Arrondir le résultat au dixième.

5) Écrire le nombre complexe z sous la forme trigonométrique.



(*D'après sujet de Bac Pro ELEEC Session juin 2008*)

Exercice 2

On note : • j le nombre complexe de module 1 et dont un argument est $\pi/2$

• P le plan muni du repère orthonormal direct $\left(O,\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1) Soit le nombre complexe z tel que $z = 4 - 4j$.
a) Placer, dans le plan P, le point M d'affixe z.
b) Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$.

2) Soit le nombre complexe z tel que $z = 4 - 4j$.
a) Calculer la valeur exacte du module du nombre complexe z.
b) Calculer l'argument, compris entre $-\pi$ et $+\pi$ du nombre complexe z.

3) a) Donner la valeur exacte de la norme du vecteur $\overrightarrow{OM}$.
b) Donner la mesure exacte, en radian, comprise entre $-\pi$ et $+\pi$ de l'angle $\left(\vec{u},\ \overrightarrow{OM}\right)$.

4) On associe au vecteur $\overrightarrow{OM}$ la fonction sinusoïdale u définie par :

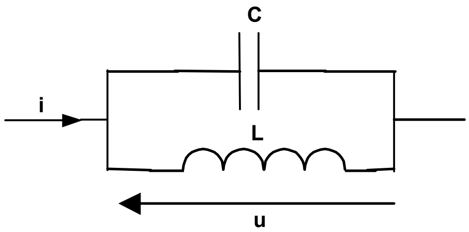
• pour tout nombre réel t, par $u(t) = 4\sqrt{2}\sin\left(100\pi t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

a) Calculer la période de la fonction u.
b) Calculer la valeur exacte de u (1 /400).

(*D'après sujet de Bac Pro Électrotechnique - Électronique Session juin 2000*)

Exercice 3

L est l'inductance d'une bobine et C est la capacité d'un condensateur.
La figure suivante montre un circuit LC parallèle, alimenté par un courant électrique sinusoïdal d'intensité i et de tension u telle que $u = \mathrm{U}\sqrt{2}\sin(100\pi t)$.



Il y a phénomène d'antirésonnance si $LC\omega^2 = 1$

1) a) Écrire la valeur exacte de la pulsation ω du signal de tension u.
b) Sachant que L = 10 mH, calculer C pour qu'il ait antirésonnance. Arrondir au µF.

2) Les impédances complexes $\underline{Z_L}$ et $\underline{Z_C}$ de la bobine et du condensateur sont telles que :

$$\underline{Z_L} = \mathrm{j}L\omega \quad \text{et} \quad \underline{Z_C} = \mathrm{j}\,\frac{1}{C\omega}$$

On peut calculer l'impédance complexe $\underline{Z}$ du circuit grâce aux formules :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{Z_L} \times \underline{Z_C}}{\underline{Z_L} + \underline{Z_C}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{\underline{Z_L}} + \frac{1}{\underline{Z_C}}$$

Exprimer $\underline{Z}$ sous la forme algébrique $a + \mathrm{j}b$, en fonction de L, C et ω. On rappelle que $\dfrac{1}{j} = -j$.

(*D'après sujet de Bac Pro MRBT Session 2000*)