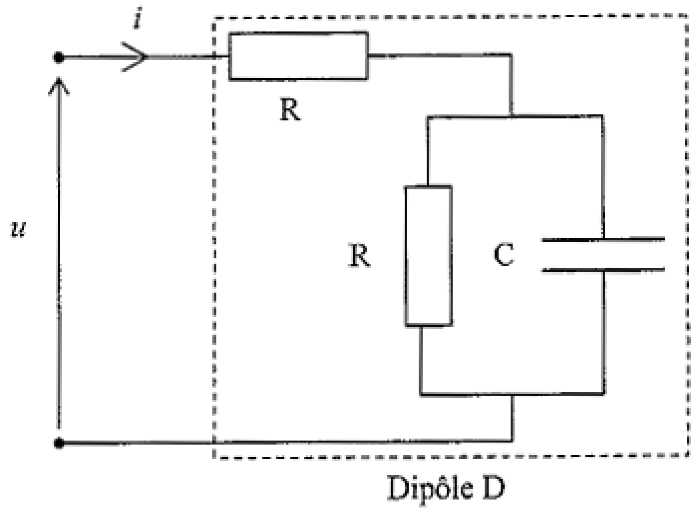
DEVOIR SUR LES NOMBRES COMPLEXES



Un dipôle D parcouru par un courant d'intensité *i* est soumis a une différence de potentiel *u* telle que :

$$u\ (t) = 230 \times \sqrt{2}\ \sin\ (\omega t)$$

On associe à *u(t)* le nombre complexe $\underline{U}$ ayant pour module $|\underline{U}| = 230$ V et pour argument

$$\theta = \frac{\pi}{2}\ \text{rad.}$$

$\underline{U} = \left[\,|\underline{U}|\ ;\ 0\right] = [\ 230\ ;\ 0\ ]$

L'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle D a pour expression : $\underline{Z} = \mathrm{R} + \dfrac{R}{1 + jRC\omega}$

avec R = 10^3 Ω ; C = 0,1 µF ; ω = 10^4 rad/s et où j designe le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1) Montrer qu'avec les valeurs numériques de R, C et ω, l'impédance complexe $\underline{Z}$ a pour expression $\underline{Z} = 10^3 \times \dfrac{2 + j}{1 + j}$

2) Vérifier que $\underline{Z}$ a pour forme algébrique Z = 1 500 – 500j.

3) a) Calculer le module $|\underline{Z}|$ de $\underline{Z}$ Le résultat sera arrondi à 10^{-2}.

b) Calculer un argument θ_2 de $\underline{Z}$. Le résultat, en radian, sera arrondi à 10^{-2}.

c) En déduire l'expression de $\underline{Z}$ sous forme trigonométrique

4) On rappelle que : $\underline{I} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{Z}}$ module $\underline{I} = \dfrac{\text{module } \underline{U}}{\text{module } \underline{Z}}$

argument($\underline{I}$) = argument($\underline{U}$) – argument($\underline{Z}$)

Sachant que l'intensité du courant traversant le dipôle a pour expression :

$$i(t) = I\sqrt{2}\ \sin\ (\omega t + \varphi)$$

Donner l'expression de la valeur instantanée *i(t)* de l'intensité du courant, la valeur *I* du module de *I* sera arrondie au millième.

(D'après sujet de Bac Pro MRIM Session juin 2007)