



PUISSANCES ET RACINES CARRÉES

1) Puissance d'un nombre réel

Définition

Soit n un entier positif non nul, la puissance $n^{\text{ième}}$ d'un réel a est définie par :

$$a^1 = a \quad ; \quad a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Règles

- Produit de deux puissances : $a^n \times a^p = a^{n+p}$
- Quotient de deux puissances : $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$
- Puissance d'une puissance : $(a^n)^p = a^{n \times p}$
- Puissance d'un produit : $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

- Puissance d'une fraction : $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

- Puissances de 10 : $10^n = \underbrace{100\dots\dots 0}_{n \text{ zéros}}$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00\dots\dots 1}_{n \text{ zéros}}$$

- Puissance nulle : $a^0 = 1$

- Puissance négative : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$



Exemple

$$5^5 \times 5^4 = 5^9 \quad ; \quad 7^3 \times 7^2 = 7^5 \quad ; \quad \frac{8^7}{8^3} = 8^4 \quad ; \quad \frac{12^5}{12^3} = 12^2 \quad ; \quad (7^3)^4 = 7^{12} \quad ; \quad (4^2)^3 = 4^6$$

$$(3 \times 4)^3 = 3^3 \times 4^3 \quad ; \quad (7 \times 5)^4 = 7^4 \times 5^4 \quad ; \quad \left(\frac{7}{2}\right)^3 = \frac{7^3}{2^3} \quad ; \quad \left(\frac{5}{4}\right)^5 = \frac{5^5}{4^5}$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000 \quad (6 \text{ zéros}) \quad ; \quad 10^{-7} = 0,000\ 000\ 1 \quad (7 \text{ zéros})$$

$$5^0 = 1 \quad ; \quad 14^0 = 1 \quad ; \quad 8^{-3} = \frac{1}{8^3} \quad ; \quad 12^{-7} = \frac{1}{12^7}$$



2) Notation scientifique d'un nombre décimal

Définition

L'écriture scientifique d'un nombre décimal positif x est de la forme :

$$x = a \times 10^n \text{ avec } 1 \leq a < 10 \text{ et } n \text{ entier positif.}$$

Propriétés

$$a \times 10^n \times b \times 10^p = a \times b \times 10^{n+p}$$

$$\frac{a \times 10^n}{b \times 10^p} = \frac{a}{b} \times 10^{n-p}$$



Exemple

$$3125 = 3,125 \times 10^3 \quad ; \quad 0,25 = 2,5 \times 10^{-1} \quad ;$$

$$15 \times 10^2 = 1500 \quad ; \quad 50 \times 10^{-3} = 0,050 \quad ;$$

$$2 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-4} = 10 \times 10^{-1} = 1 \quad ; \quad \frac{2 \times 10^3}{5 \times 10^{-4}} = 0,4 \times 10^7 = 4\,000\,000 \quad ;$$

3) Écrire un nombre en notation scientifique

MÉTHODE

- Définir le rang du premier chiffre significatif.
- Déterminer la puissance de 10 correspondant à ce rang.
- Écrire le nombre en plaçant la virgule après le premier chiffre significatif et en multipliant par la puissance de 10 correspondante.

Exemple

Écrire 572,25 et 0,0275 sous forme scientifique.

Premier chiffre significatif :

$$572,25 \rightarrow 5$$

rang des centaines :

$$10^2$$

$$0,0275 \rightarrow 2$$

rang des centièmes :

$$10^{-2}$$

Écriture scientifique :

$$572,25 = 5,7225 \times 10^2$$

$$0,0275 = 2,75 \times 10^{-2}$$



4) Racine carrée

Définition

La racine carrée d'un réel positif a est le réel positif noté \sqrt{a} (racine carrée de a) tel qu'élevé au carré il soit égal à a .

Règles

• Produit de racines carrées : $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

• Quotient de racines carrées : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

• Carré d'une racine carrée : $(\sqrt{a})^2 = a$

• Racine carrée d'un carré : $\sqrt{a^2} = |a|$

• Le signe $\sqrt{\quad}$ est appelé radical.



Exemple

$$\sqrt{2} \times \sqrt{9} = \sqrt{2 \times 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad ; \quad \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$$

$$(\sqrt{5})^2 = 5 \quad ; \quad \sqrt{16} = 4$$

5) Simplifier un radical

MÉTHODE

- Décomposer le nombre sous radical en un produit de facteurs.
- Rechercher dans le produit des facteurs au carré.
- Simplifier en appliquant la règle :

$$\sqrt{a^2 \times b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = |a| \times \sqrt{b}$$

Exemple

Soit à simplifier $\sqrt{2205}$

$$2205 = 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$2205 = 3^2 \times 5 \times 7^2$$

$$\sqrt{2205} = 3 \times \sqrt{5} \times 7 = 21\sqrt{5}$$



6) Calculs d'expressions littérales

Les formules utilisées pour calculer des grandeurs mathématiques, scientifiques et technologiques, sont des expressions littérales.

MÉTHODE

- Remplacer chaque lettre par la valeur numérique correspondante.
- Effectuer le calcul en respectant, dans les opérations, les priorités suivantes :

1. opérations entre parenthèses,
2. puissance, racine carrée,
3. multiplication, division,
4. addition, soustraction.

Exemple

Soit à calculer l'aire d'une couronne : $A = \pi(R^2 - r^2)$ avec $R = 15$ cm et $r = 8$ cm.

$$A = \pi \times (15^2 - 8^2)$$

$$A = \pi \times (225 - 64)$$

$$A = \pi \times 161$$

$$A = 505 \text{ cm}^2$$

